Agrupamento de Escolas Domingos Sequeira

EDIÇÃO 02 ANO 2 MARÇO 2024

+MAT

Jornal de Matemática

Direção e Edição de:

Rosa Bértolo e Carla Nunes

Nesta Edição

Outras Geometrias - Escher

História da Matemática- Yupana- o Ábaco Inca

Probabilidades - Pintar um prédio

Problema- Colorir um mapa

Curiosidades numéricas

Desafios

A Estatística e o Ambiente

Notícias

Sugestões

Resoluções dos desafios da edição anterior

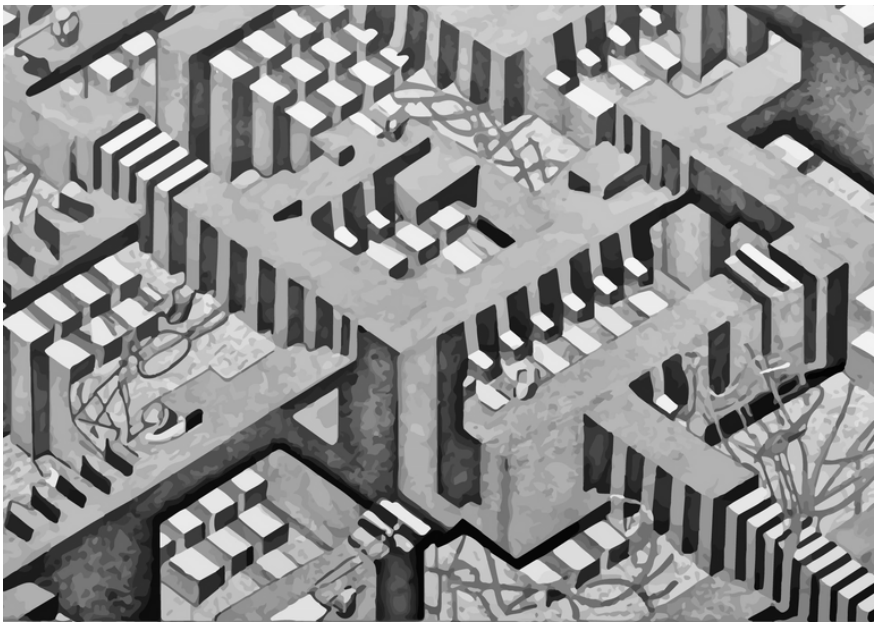
"A Geometria é a arte de raciocinar sobre figuras mal desenhadas"

Henri Poincaré

Escher

Maurits Cornelis Escher, neerlandês, foi um dos mais famosos artistas gráficos de todos os tempos. Notabilizou-se pela criatividade que revelou nos seus trabalhos, que mostravam não só geometrias impossíveis, tais como "subidas" e "descidas", como também incríveis "metamorfoses" (I, II e III, Ar e Água, Répteis...).

Desafiámos o aluno **Pedro Vieira do 11.º K** a fazer um trabalho inspirado em Escher. O resultado foi o trabalho que se segue.



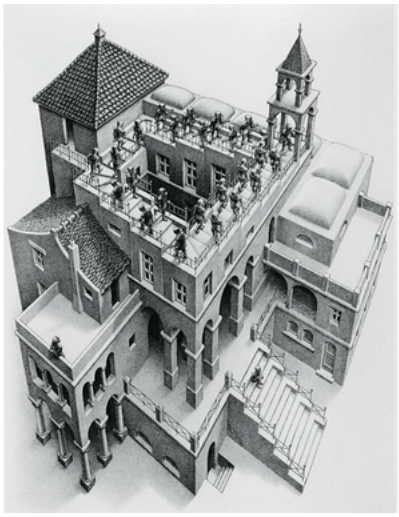
Parabéns, ao Pedro Vieira, pelo seu magnífico trabalho e empenho!

+ GEOMETRIA E ARTE - Escher

Escher, além de ter sido um artista gráfico, foi considerado um artista matemático e, sobretudo, geométrico. Deixou-nos 448 litografias e mais de 2000 desenhos.
As figuras seguintes mostram alguns dos trabalhos com os quais se destacou.



Escher (1898-1972)



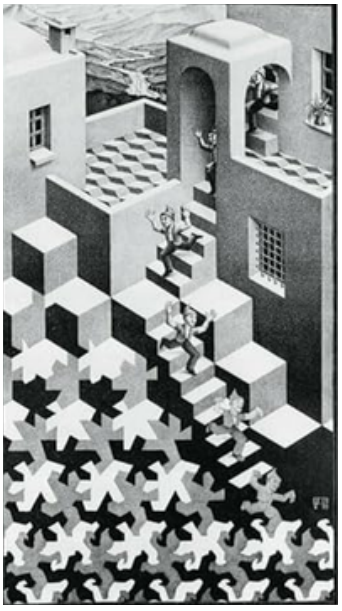
Ascending and Descending, litografia de 1960



Waterfall, litografia de 1961

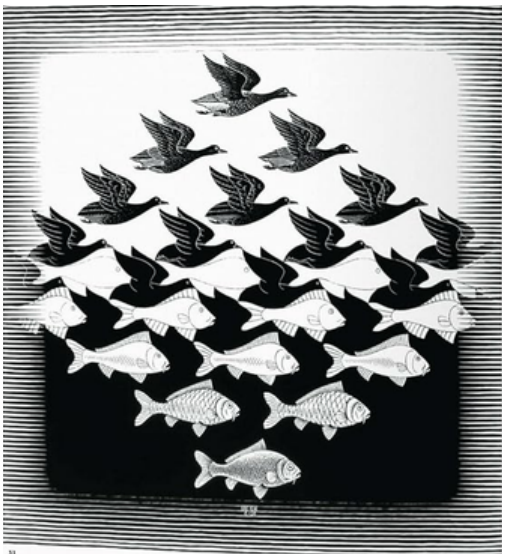
Nas figuras ao lado, Escher criou **uma ilusão de ótica** com algumas **figuras impossíveis:**

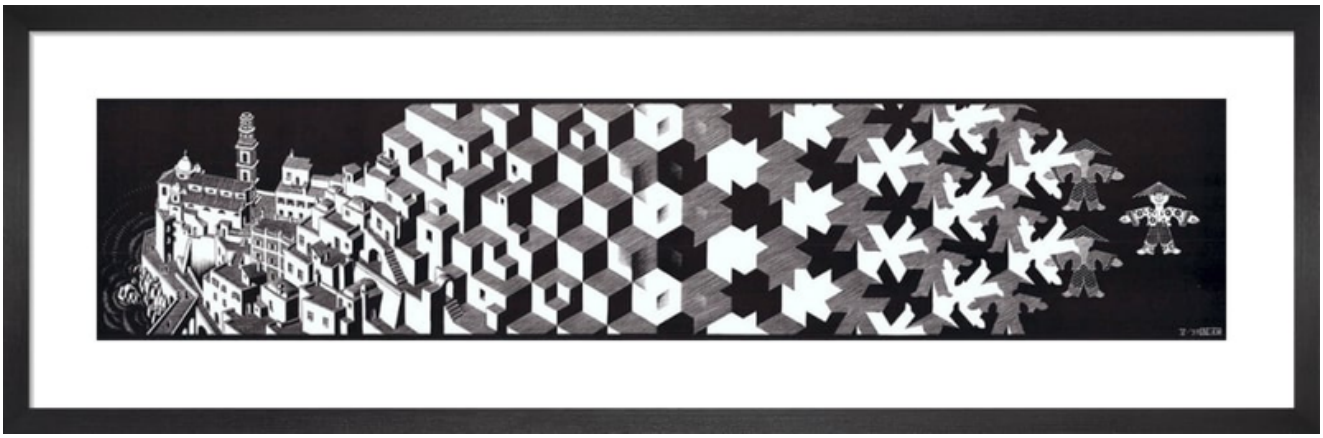
- alguns dos soldados estão sempre a subir outros sempre a descer, voltando ao ponto de partida.
- a água cai, mas as superfícies de onde e para onde cai estão no mesmo plano.



Nas figuras ao lado e abaixo, observamos algumas das suas famosas **metamorfoses:**

- à esquerda, da figura humana para padrões geométricos (*Cycle*, litografia de 1938);
- à direita, entre aves e peixes (*Sky and Water I*, xilogravura de 1938);
- em baixo, assiste-se à transformação gradual de uma pequena cidade numa boneca chinesa, passando por cubos (*Metamorfose I*, litografia de 1937).





Para conheceres mais sobre o trabalho de Escher, podes consultar, entre outros, o site https://mcescher.com/about/books-on-escher/, de onde foram tiradas estas imagens.

+HISTÓRIA

YUPANA - O ÁBACO INCA



Na figura ao lado, que aparece num documento sul-americano do séc. XVII, vê-se uma pessoa segurando um conjunto de fios (Quipu) e, em baixo, a representação de um objeto (ábaco Yupana), o que sugere a associação dos dois.

Artefactos arqueológicos destes objetos chegaram aos nossos dias, mas sem qualquer explicação sobre a sua utilização, razão pela qual o que se conhece sobre eles são possíveis teorias (interpretações) para o seu funcionamento.

Pensa-se que estes povos utilizavam o ábaco Yupana para fazer contas e o conjunto de linhas com nós, os Quipus, para representação e registo de valores numéricos no dia a dia.



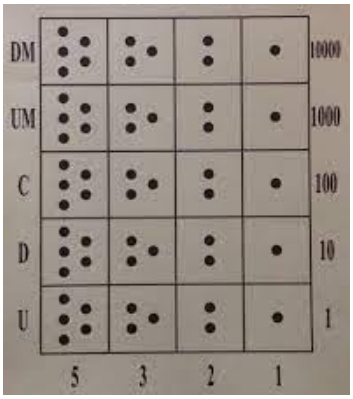
Artefacto de um ábaco yupana encontrado entre 1400- 1532 d.C.

O Yupana destinava-se a cálculos numéricos - era um tabuleiro de cálculo. Para além das operações básicas da aritmética, permitia implementar algoritmos mais complexos- era **a calculadora dos incas**!

Vejamos como é e como funciona o ábaco Yupana.

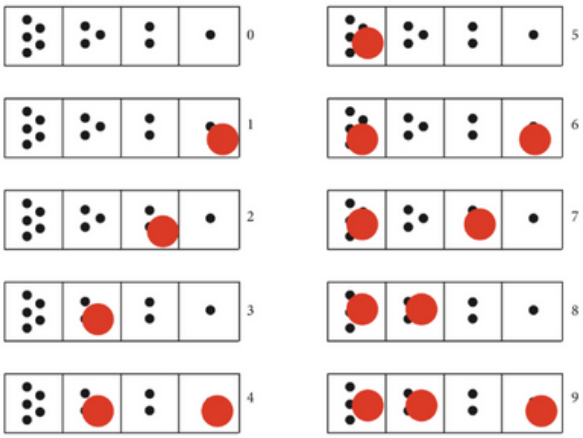
O ábaco Yupana era composto por 4 colunas e 5 ou mais linhas (o número de linhas está relacionado, como veremos a seguir, com a ordem de grandeza do resultado da conta a efetuar).

"Em cada uma das cinco linhas, há quatro quadrados com, respetivamente, e da direita para a esquerda, uma, duas, três e cinco pintas. Somos de opinião de que as filas se destinam a representar os diversos dígitos da numeração decimal, sendo a linha inferior destinada às unidades, a segunda às dezenas, e assim sucessivamente." (Jorge Nuno Silva)

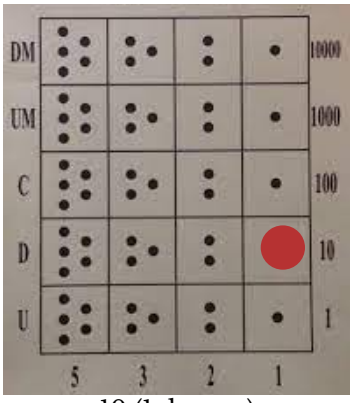


A representação dos números no Yupana

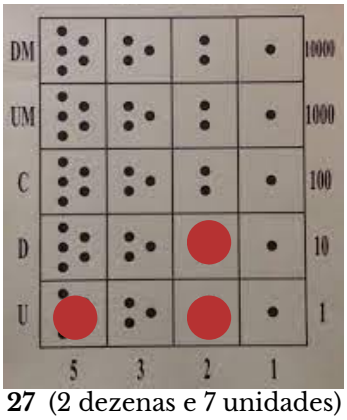
Números de 0 a 9 representam-se na linha inferior



Números de 10 a 99 representam-se nas duas linhas inferiores.



10 (1 dezena)



27 (2 dezenas e 7 unidades)

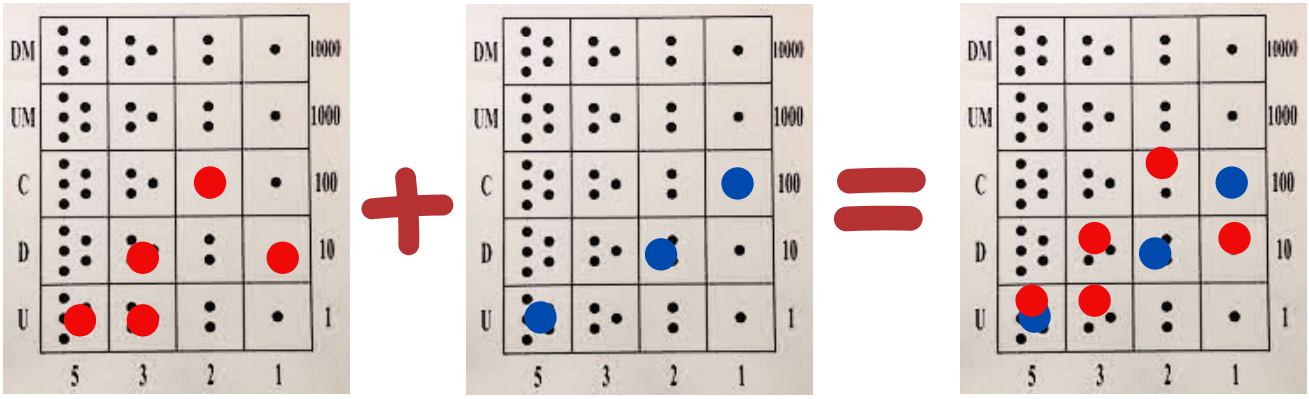
Há uma característica notável neste ábaco:

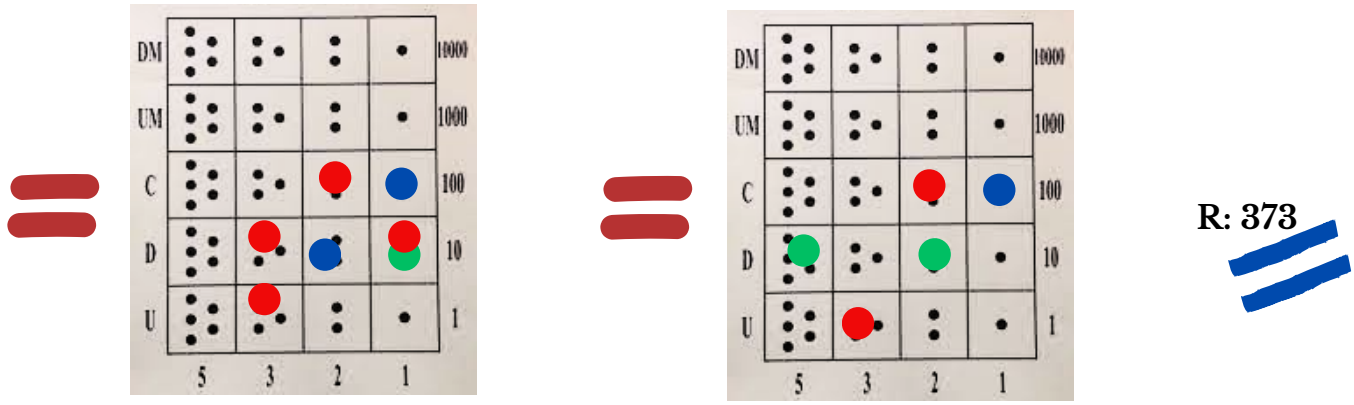
- **podemos representar qualquer número sem necessitar de ter mais do que uma marca em qualquer casa.**

Experimenta representar: 28, 64 e 325, por exemplo **(desafio)**.

SOMAR NO YUPANA

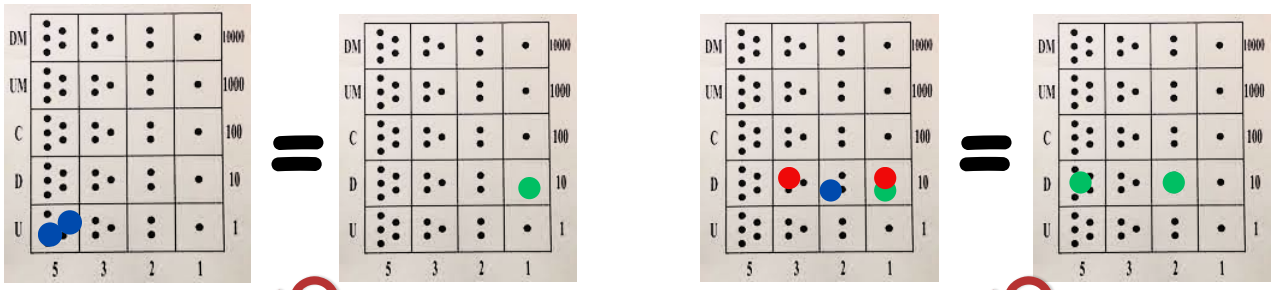
248+125=?





R: 373

Como se fazem as simplificações?



Nota que 5+5=10
Assim, duas marcas na casa do 5 equivalem a uma marca na casa do 1, na linha de cima. E isto acontece em qualquer linha:
5+5 unidades = 1 dezena
5+5 dezenas =1 centena, etc.

Temos 1+1+2+3=7
7=5+2
Assim, as quatro marcas da linha 2 equivalem a duas marcas nessa mesma linha, não havendo mais do que uma marca por casa.

Deixamos a teu cargo fazer as seguintes operações:

- 47 + 35
- 322 + 185

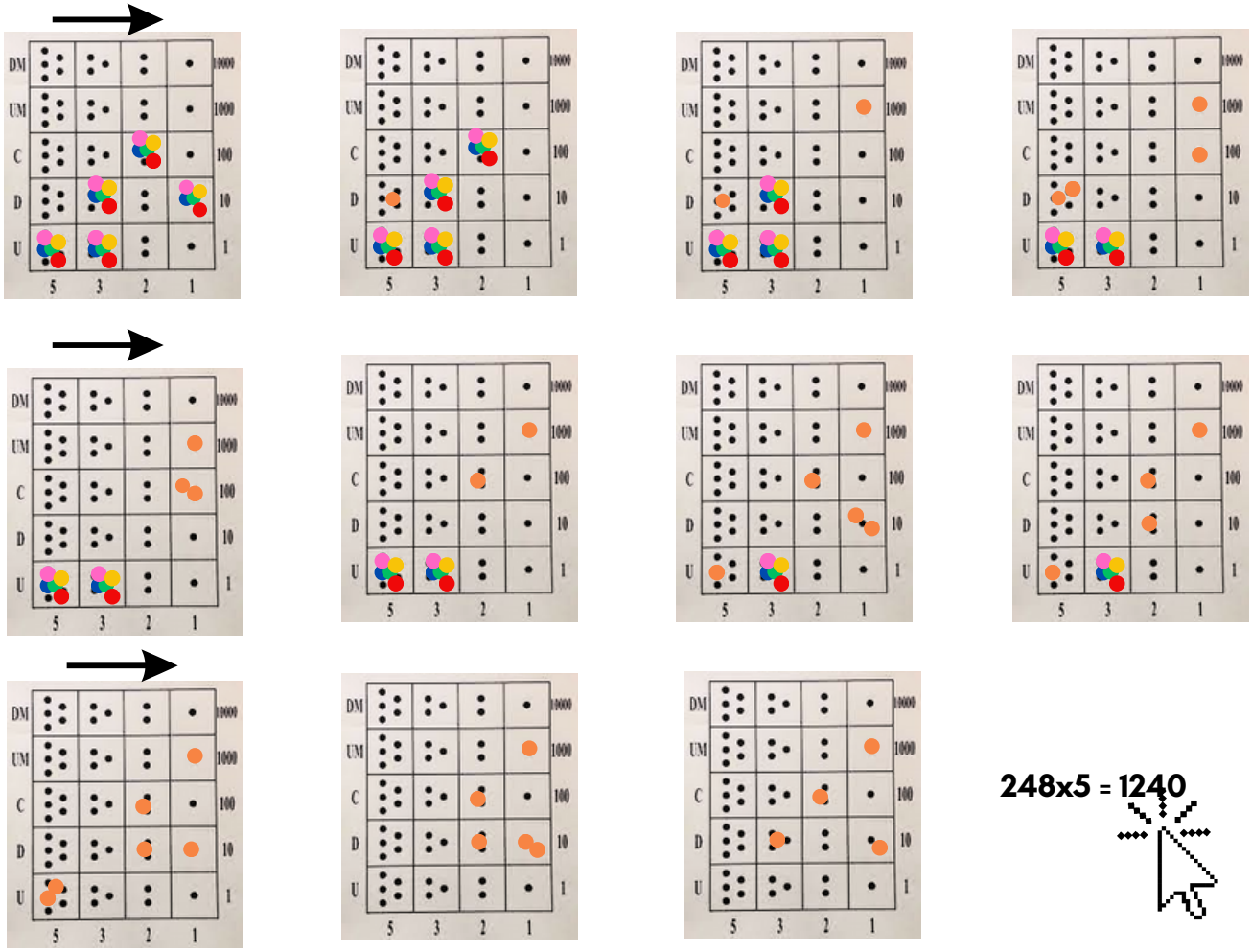
Bom trabalho!
Envia-nos os teus esquemas para divulgarmos a tua resolução

MULTIPLICAR NO YUPANA

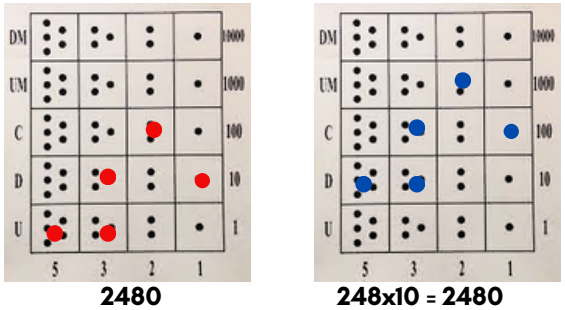
248 x 15 = ?

1.º - Escrever 248 x 15 = 248 x (10 + 5)= 248 x 10 + 248 x 5
2.º - Fazer 248 x 10 (vimos que equivale a passar as peças para a linha de cima)
3.º - Fazer 248 x 5
4.º - Somar os dois resultados anteriores

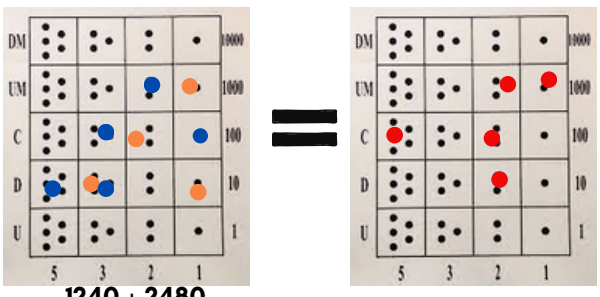
O que é novo aqui? Fazer 248 x 5
Ora, 5 x 248 = 248 + 248 + 248 + 248 + 248, portanto teremos de considerar a representação de 248 e colocar 5 peças em cada casa, em vez de uma. E efetuar a soma, tal como a vimos anteriormente.



Efetuar 248 x 10



Efetuar a soma



Desafio:
Experimenta fazer

- 35x4
- 245x13

Adaptado de Professor Jorge Nuno Silva, a quem muito agradecemos.

+PROBABILIDADES

PINTAR UM PRÉDIO

Um prédio vai ser pintado usando-se uma cor para cada andar. Sabendo que as cores utilizadas são verde e amarelo e que andares consecutivos não poderão ser pintados de amarelo, de quantas maneiras é possível fazer a pintura deste prédio?

E se o prédio tiver n andares?

Proposta de resolução

Para um prédio de 4 andares, temos 8 maneiras, que estão listadas na tabela ao lado.
Repara que apenas a cor amarela tem restrições: poderá não estar presente ou ter até dois andares amarelos.

Situação	1.º andar	2.º andar	3.º andar	4.º andar
1	V	V	V	V
2	V	V	A	V
3	V	A	V	V
4	A	V	V	V
5	A	V	A	V
6	V	V	V	A
7	V	A	V	A
8	A	V	V	A

V - verde A - amarelo

E se o prédio tiver n andares?
Vejamos as várias situações para 1, 2, 3, 4, 5 andares e formulemos uma conjetura.

Se o prédio tiver:

- 1 andar --> 2 possibilidades (verde ou amarelo)
- 2 andares --> 3 possibilidades - basta acrescentar um andar a cada uma das situações anteriores: esse andar poderá ser pintado de verde, não havendo restrições, logo há 2 possibilidades, ou amarelo, mas aqui esta opção só é permitida se o andar anterior for verde, o que nos dá mais uma possibilidade: 2+1

Situação	1.º andar	2.º andar
1	V	V
2	V	A
3	A	V

- 3 andares --> 5 possibilidades - seguindo o raciocínio anterior, serão os 3 anteriores (casos em que o 3.º andar é pintado de verde) + 2 (casos em que o 3.º andar é amarelo, o que se aplica às anteriores em que o 2.º andar era verde)
- 4 andares --> 8 possibilidades (tabela abaixo)
- 5 andares- para o 5.º andar: na cor verde temos as 8 situações anteriores; na cor amarela, temos 5 possibilidades - todas as anteriores em que o 4.º andar é verde. Assim, há 8+5=13 maneiras de pintar o prédio.

Situação	1.º andar	2.º andar	3.º andar	4.º andar	5.º andar
1	V	V	V	V	V
2	A	V	V	V	V
3	V	A	V	V	V
4	V	V	A	V	V
5	A	V	A	V	V
6	V	V	V	A	V
7	A	V	V	A	V
8	V	A	V	A	V
9	V	V	V	V	A
10	A	V	V	V	A
11	V	A	V	V	A
12	V	V	A	V	A
13	A	V	A	V	A

- O próximo andar poderá ter 13+ 8=21

N.º andares	1	2	3	4	5	6	7	...
N.º possibilidades	2	3	5	8	13	21	34	...

A solução lembra a sequência de Fibonacci! Espantoso!

Seja (u_n) a sucessão que dá o número de maneiras de pintar o prédio com n andares. Tem-se

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = 3 \\ u_{n+2} = u_n + u_{n+1} \end{cases}, n \in \mathbb{N}$$

Recorda que na sucessão (ou sequência) de Fibonacci cada elemento é obtido somando os dois anteriores a ele, sendo os dois primeiros 1 e 1, ou seja,

1 1 2 3 5 8 13 21 34 ...

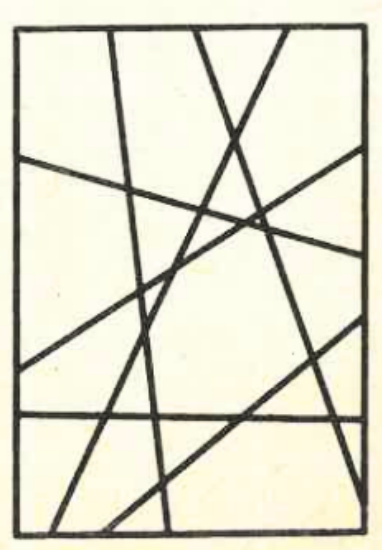
Desafio - Colorir um mapa

Tenta colorir cada um dos mapas com menos de quatro cores.

Como é óbvio, regiões adjacentes não podem ser pintadas com a mesma cor.

Na tua opinião, qual é o número mínimo de cores necessárias para colorir estes mapas?

Nas figuras seguintes temos um mapa imaginário e o mapa de Portugal Continental



(Math trek, Ivars Peterson e Nancy Henderson)



Envia-nos imagens de mapas que tenhas(m) conseguido pintar!

Propomos-te um jogo baseado nesta temática:

JOGO - COLORIR O MAPA

Regras do Jogo

- dois jogadores, A e B,
- quatro cores diferentes
- um mapa por colorir

- Cada um dos jogadores pinta sucessivamente uma região do mapa.
- Perde o primeiro que não consiga colorir adequadamente nenhuma das regiões ainda sem cor.

Envia-nos comentários sobre este jogo!

+ CURIOSIDADES



14 de março- Dia Mundial da Matemática - Dia Mundial do Pi

É o único número que tem um dia a celebrá-lo. Tem de ser um número muito importante. De facto, há várias constantes muito importantes e essenciais no estudo da Matemática, mas nenhuma é tão conhecida como o pi.
O pi é um número irracional; tem uma infinidade de casas decimais que não seguem nenhum padrão.
Atualmente, conhecem-se 62,8 biliões casas decimais deste número.
Sugerimos-te que leias a 2ª edição do ano 1 do +MAT para conheceres mais curiosidades do Pi.

Volume de uma Pizza

O volume de uma Pizza de raio "z" e altura "a", pode ser calculado através da expressão **Pizza**

$$Pizza = Pi \, . z^2 . a = \pi r^2 h$$



Rodrigo Paiva, 10ºB

O número 142857

Este número é obtido quando convertemos a fração 1/7 em número decimal:
1/7= 0, 142857142857...
Se multiplicarmos o número 142857 por 1, 2, 3, 4, 5 e 6, o resultado é um número formado pelos 5 algarismos deste número, só que "baralhados":

- 142857 x 1 = 142857
- 142857 x 2 = 285714
- 142857 x 3 = 428571
- 142857 x 4 = 571428
- 142857 x 5 = 714285
- 142857 x 6 = 857142

142857 x 7 = 999999 (número curioso)

Mais "coincidências":
Se multiplicarmos 142857 por um número superior a 7, o resultado tem mais de 6 dígitos. Retirando os algarismos excedentes, à esquerda, e somando o número por eles formado com o número de 6 dígitos que se deixaram à direita, teremos novamente o número mágico ou uma sequência com os seus algarismos: 142857

- 142857 x 8 = **1** 142856 --> 1 e 142856
  Ora, 142856 + 1 = 142857
- 142857 x 13 = 1 **857141** -->857141+1 = 857142

- 142857 x 325 = 46428525 (8 algarismos)
  46 + 428525 = 428571

Experimenta com outros números.

Múltiplos de 37

Ao multiplicarmos 37 pelos múltiplos de 3 menores do que 30, deparamo-nos com um facto curioso.

3 x 37 = 111
6 x 37 = 222
9 x 37 = 333
12 x 37 = 444
15 x 37 = 555
18 x 37 = 666
21 x 37 = 777
24 x 37 = 888
27 x 37 = 999

Consegues explicar este facto?
(Sofia Ferreira Gaspar, 11.º E)

Se multiplicarmos 37, ainda, pelos múltiplos de 3 compreendidos entre 33 e 54, também encontramos uma sequência muito interessante de resultados

33 x 37 = 1221
36 x 37 = 1332
39 x 37 = 1443
42 x 37 = 1554
45 x 37 = 1665
48 x 37 = 1776
51 x 37 = 1887
54 x 37 = 1998



37 é, de facto, um número curioso!

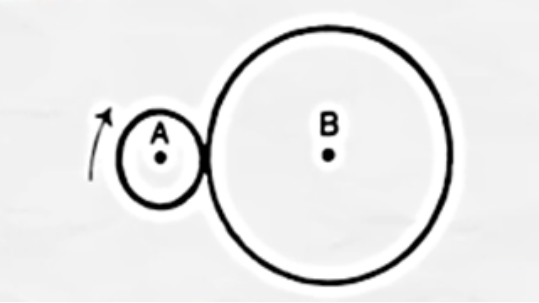
+ CURIOSIDADES

A intuição às vezes falha.

A curiosidade que aqui apresentamos é um problema que integrou uma das provas do SAT, um conhecido exame dos Estados Unidos da América que faz a seleção dos estudantes ao nível de ensino superior. Este exame é constituído por 30 questões de escolha múltipla e tem a duração de 30 minutos, o que significa que, em média, o aluno terá 1 minuto para cada resposta. Não serão perguntas de grande complexidade... mas este problema não tinha a resposta nas cinco opções de resposta apresentadas no enunciado!

Vejamos o enunciado do problema.

Na figura abaixo, o raio do círculo A é 1/3 do raio do círculo B. Iniciando na posição que a figura mostra, o círculo A roda à volta do círculo B. Quantas voltas terá de dar o círculo A até voltar à sua posição inicial, o momento em que o centro do círculo A alcança, pela primeira vez, o ponto de partida?



(Problema sugerido pelo aluno
Luís Rodrigues, 11.º K)

Uma das respostas possíveis era (3), que era a resposta esperada, mas não correta.
Por que era a esperada? Considerando as linhas que contornam os dois círculos, uma mede o triplo da outra, logo 3 voltas parecia a resposta a dar.
No entanto não é a correta.



Para te convencer, façamos uma simplificação do problema: consideremos dois círculos iguais, um a rodar à volta do outro. O mesmo raio, o mesmo perímetro, seria necessário dar apenas uma volta. Mas não é assim. Podes experimentar com duas moedas iguais e constatar que precisamos de duas voltas, e não de apenas uma.
Voltemos ao nosso problema. Podes construir dois círculos com cartão grosso e fazer a experiência: são necessárias 4 voltas.
Repara que o centro do círculo menor percorre uma circunferência de raio 4, percorrendo 4 vezes a distância do contorno do círculo maior.

Podes ver a resposta explicada em vídeo por exemplo acedendo ao link:

https://vm.tiktok.com/ZGey6np45/

No dia 20 de fevereiro de 2002 foi uma data histórica. Existiu uma combinação de algarismos que somente ocorre duas vezes em cada milénio. Essa combinação ocorreu exatamente às 20 horas e 02 minutos de 20 de fevereiro do ano 2002, ou seja, 20:02 20/02/2002:

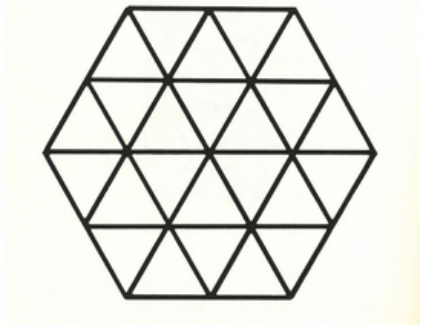
200220022002

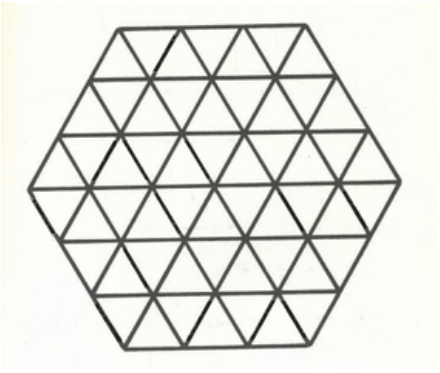
Isto é uma simetria que na matemática é chamada de capicua, ou seja, os números podem ser lidos tanto da direita para a esquerda, como da esquerda para a direita.
A raridade deve-se ao facto de que os três conjuntos de quatro algarismos são iguais (2002) e simétricos em si (20:02, 20/02 e 2002).
A última ocasião em que isso ocorreu, antes desta, foi às 11h11mn de 11 de novembro do ano 1111, formando a data 11:11 11/11/1111. A próxima vez será às 21h12min de 21 de dezembro de 2112 (21:12 21/12/2112), mas provavelmente não estaremos aqui para a presenciar.
Depois, nunca mais haverá outra capicua. Em 30 de março de 3003 não ocorrerá essa coincidência matemática, já que não existe a hora 30.

(Matilde Angélico e Inês Alves, 10.º F; https://www.somatematica.com.br/curiosidades/c25.php)

+DESAFIOS

Problema 1 - Quantos triângulos existem na figura da esquerda? E quantos hexágonos regulares existem na da direita?





(100 jogos geométricos, Pierre Berloquin)

Problema 2 - Qual é o mais alto?

Um general tenta escolher um cozinheiro de entre 625 voluntários.
Manda-os formar num quadrado de 25 filas e 25 colunas. Manda sair o mais alto de cada fila e escolhe o mais baixo de entre eles.
Depois muda de ideias. Fá-los regressar aos respetivos lugares, manda sair o mais pequeno de cada fila e escolhe o maior de entre eles.
Sendo diferentes os dois cozinheiros escolhidos, qual deles é o mais alto?

(100 jogos lógicos, Pierre Berloquin)

Problema 3 - Economia doméstica

A Ana Luzia foi ao supermercado. À entrada recebeu um folheto onde se publicitavam três detergentes à venda. Eram todos muito bons, só que:
• a embalagem de NEV era 40% mais cara que a de TIC e 20% mais leve que a de SOL
• a embalagem de SOL era 50% mais pesada que a de TIC e custava mais 20% que a de NEV
Ana Luzia não se atrapalhou e foi buscar a mais económica.
Que detergente comprou ela?
Mais adiante reparou que o preço do seu queijo preferido tinha subido 10% . Resolveu então comprar menos 10% que o habitual. Desta forma, gastou mais, menos ou o mesmo que o costume?

(Eduardo Veloso e José Paulo Viana, Desafios 3 , Edições Afrontamento)

Se quiseres enviar a(s) tua(s) resolução(ões), podes utilizar o endereço de email do jornal:

maismatjornal@gmail.com

Serão selecionadas para publicação as melhores resoluções. E duas delas terão prémio!

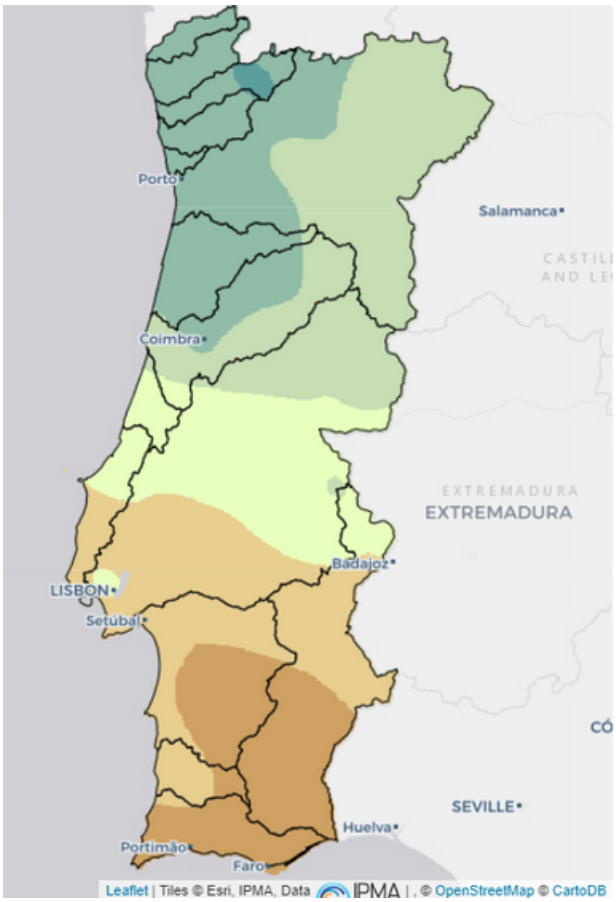
Vê as resoluções de todos os desafios na próxima edição do jornal.

+Estatística e Ambiente

O índice PDSI (*Palmer Drought severity Index*) foi desenvolvido por Palmer para detetar e classificar períodos de seca.

Quadro– Classificação do índice PDSI para períodos secos e períodos chuvosos		
Legenda de cores	Classes do PDSI	Descrição
maior ou igual que 4,0	Chuva extrema	Chuva extrema
3,00 a 3,99	Chuva severa	Chuva severa
2,00 a 2,99	Chuva moderada	Chuva moderada
1,00 a 1,99	Chuva fraca	Chuva fraca
-0,99 a 0,99	Normal	Normal
-1,99 a -1,0	Seca fraca	Seca fraca
-2,99 a -2,0	Seca moderada	Seca moderada
-3,99 a -3,0	Seca severa	Seca severa
menor ou igual a -4,00	Seca extrema	Seca extrema

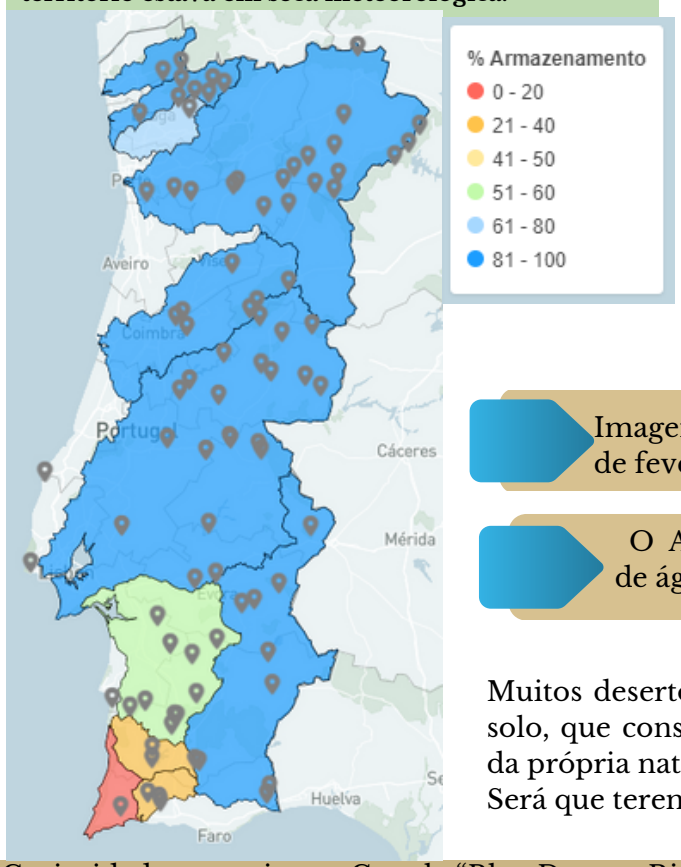
Índice PDSI



O mês de janeiro de 2024 em Portugal Continental foi o terceiro mais quente desde 1931 e o mais quente dos últimos 58 anos. Fevereiro foi o mais quente de sempre!

Janeiro de 2024 foi 1.66 °C mais quente do que a estimativa da média de janeiro na era pré-industrial (período entre 1850 e 1900).

No final de dezembro de 2023 verificou-se que a região Centro e Sul apresentava um cenário de seca (38% do território); a 31 de janeiro, 20% do território estava em seca meteorológica.



Qual é o nível de água nas barragens e albufeiras de Portugal?
No Algarve (dados do dia 24 de fevereiro de 2024):

- Barragem de Odeleite (42,43%) -> apenas 31,22% de volume útil.
- Barragem de Odelouca (32,26% do total) -> 16,97% útil
- Barragem de Beliche (35,32% do total) -> 27,61% útil.

No Alentejo, temos a Barragem do Alqueva, que, como sabes, é o maior lago artificial da Europa. O Alqueva está, à data, com 87% do seu volume total.
A figura da esquerda dá-nos uma ideia da situação. Para saberes mais, consulta:

https://barragens.pt/?dam_id=1627751880&nz
https://www.ipma.pt/pt/oclima/observatorio.secas/

Imagem tirada no Algarve a 9 de fevereiro de 2024.



O Algarve só teria reservas de água para 7 meses.

Muitos desertos são formados a partir do processo de desertificação do solo, que consiste na perda de vegetação através da ação do homem ou da própria natureza.
Será que teremos um deserto em Portugal no futuro?

Curiosidade: pesquisa no Google "Blue Dragon River". Surpreendido?

XLII OLIMPÍADAS PORTUGUESAS DE MATEMÁTICA

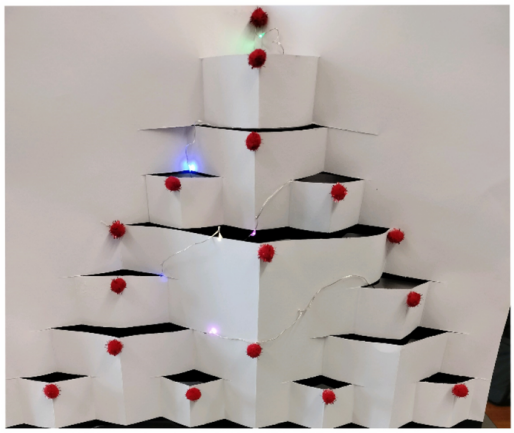
No dia 10 de janeiro de 2024, realizaram-se as segundas eliminatórias das XLII Olimpíadas Portuguesas de Matemática, iniciativa promovida pela Sociedade Portuguesa de Matemática. Participaram no evento dois alunos da categoria Júnior, Gabriel Sobreira e Tomás Venda, dois alunos da categoria A, Beatriz Conde e Pedro Gameiro, e três alunos da categoria B, Ana Luísa Fonseca, Miguel Filipe Cardo e Miguel José Rodrigues.
O evento teve lugar na Escola Secundária Afonso Lopes Vieira.

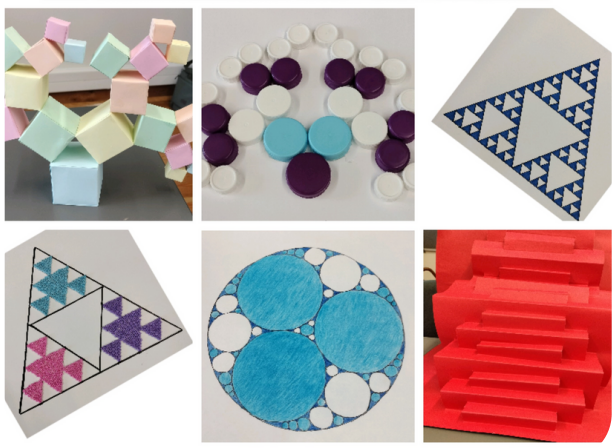
CAMPEONATO NACIONAL DE JOGOS MATEMÁTICOS

Hoje, dia 14 de março, está a decorrer o 17.º Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos. A Escola Secundária do nosso agrupamento participa no evento com os alunos Diana Vieira Marques, do 11.º F, Rafael Frade e Micael Mendes do 2.ºB, nos jogos Nex, Atari Go e Produto, respetivamente.
Boa sorte a todos os participantes!

EXPOSIÇÃO DE TRABALHOS DE ALUNOS

Na disciplina de Matemática, mais concretamente no decorrer da lecionação do módulo A8 – Modelos Discretos, foi solicitado aos alunos um trabalho com formas geométricas que possuíssem um padrão interessante na sua construção, formando figuras muitas vezes estéticas e bonitas. A réplica de alguns fractais simples foi evidenciada nas apresentações, o que realçou positivamente o empenho e interesse dos alunos pela disciplina.









Parabéns a todos os alunos do EP – Técnico de Gestão (3º C) e Técnico de Contabilidade (3º E)."

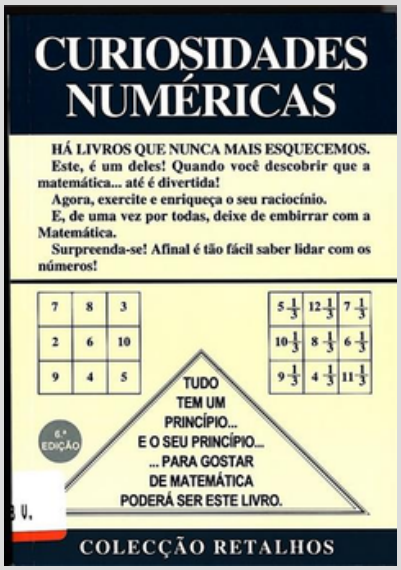
Professora Lúcia Casalta

+ Sugestões

Quase a finalizar esta edição, deixamos-te algumas sugestões de leituras e de filmes.
Os livros que propomos estão ambos disponíveis na Biblioteca Municipal.
O filme *O homem que viu o infinito* pode ser visto ou requisitado na Biblioteca da ESDS.

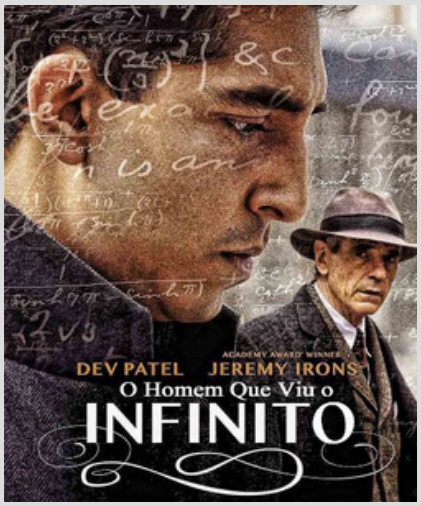
Envia-nos os teus comentários.

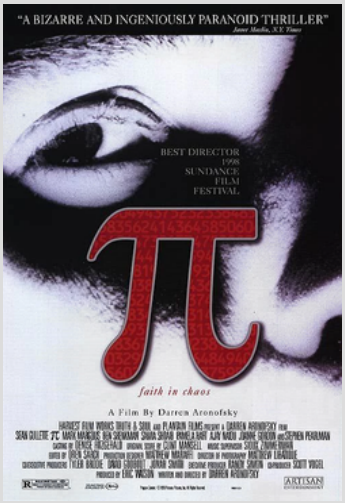
Livros





Filmes





Por agora, é só!
Mas não terminamos esta edição sem antes apresentarmos as resoluções dos desafios da edição anterior!
Desejando que tenhas gostado, esperamos pela tua colaboração na próxima edição!

+DESAFIOS/ CURIOSIDADES - RESOLUÇÃO

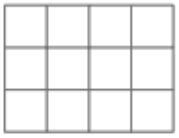


Desafio 1
Numa gaveta, há 12 meias brancas, 12 meias pretas e 12 meias azuis.
Quantas meias devemos retirar, ao acaso, para termos a certeza de obter um par de meias da mesma cor?

A resposta é simples: apenas 4 meias.

As três primeiras podem ter todas cores diferentes. A quarta meia terá de repetir uma das cores.

Problema 4 - Desafio 2
Se marcarmos 13 pontos num retângulo 3x4, como o da figura, existem dois pontos tais que a distância entre si é menor do que $\sqrt{2}$



Justificação: uma vez que temos 12 quadrados, ao colocarmos 13 pontos há pelo menos dois pontos, digamos A e B, num mesmo quadrado (pelo Princípio das gavetas de Dirichlet) . Ora, num quadrado de lado 1, a distância máxima entre dois pontos é igual à diagonal, que nesse caso mede $\sqrt{2}$

Curiosidade 2) Números de três algarismos

- Escolhe um número de 3 algarismos
- Repete esse número ao lado do mesmo (obtendo um número com 6 algarismos)
- Divide o número obtido por 13
- Divide o resultado por 11
- Divide novamente o resultado por 7
- O resultado que obténs é igual ao número que escolheste.

Por que é que este processo funciona?
1.º ao repetir o número (abc) ao lado do mesmo, obtém-se abcabc, que é igual a
abc x 1000 + abc, isto é, abc x 1001 (basta colocares abc em evidência)
2.º 13 x 11 x 7 = 1001
3.º abcabc a dividir por 1001 dá abc, o número inicial.
Parece magia, não é? Mas é simplesmente uma "habilidade" matemática!

Curiosidade 4) Algarismo das unidades

Multiplicando todos os números ímpares do 1 ao 2023, qual é o algarismo das unidades do resultado?
Consegues justificar esta propriedade?

Resposta:

N= 1 x 3 x 5 x 6 x ... x 2023= ?
1.º o número N é ímpar
2.º o número N é múltiplo de 5, dado que o 5 aparece na sua fatorização.
Já estás a ver em que algarismo termina: 5
(se é múltiplo de 5, termina em 0 ou 5; como é ímpar, termina em 5)





A nação de Zox

A nação de Zox consiste em cinco ilhas: Zog, Zod, Zob, Zop e Zoz.

A população total das cinco ilhas é de 750 Zoxianos. Quantos Zoxianos vivem em cada ilha?

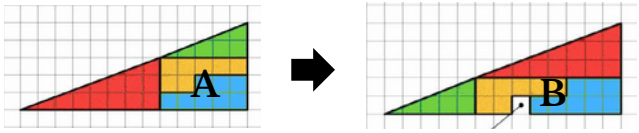
1. A ilha maior é Zod. A ilha mais pequena não é Zoz.
2. A ilha mais pequena tem 1/10 dos Zoxianos de toda a nação de Zox --> **Zoz tem 75 Zoxianos**
3. Uma das ilhas tem 1/5 da população total de Zox. Outra ilha tem 1/3 --> **150 e 250 Zoxianos**
4. Zob é uma vez e meia maior do que uma das outras ilhas.
5. Zop tem mais 100 pessoas do que a ilha mais pequena--> **Zop tem 175 zoxianos**

75, 150, 175 e 250 são as populações apuradas. Logo, a quinta ilha tem 100 zoxianos.

Constatamos que **Zob terá 150 zoxianos** (uma vez e meia de 100) e que **Zod tem 250 zoxianos** (é a maior) logo, a última ilha, a que **tem 100 zoxianos, é Zog.**

Também poderíamos resolver o problema recorrendo a sistema de equações.

2)

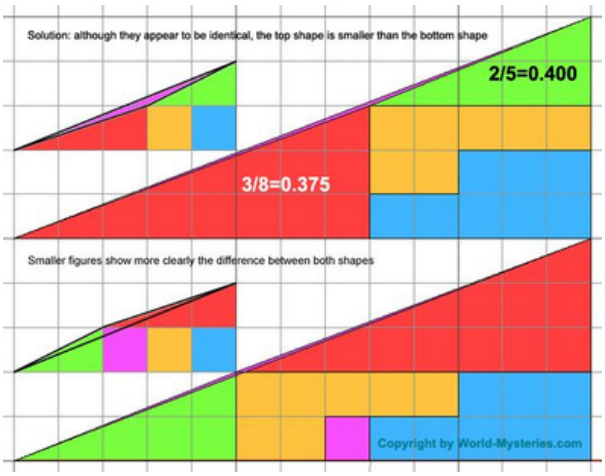


Movendo as quatro peças, passamos do triângulo da esquerda para o da direita, que são (ou parecem) iguais. Mas sobra um quadrado! Como é que explicas isto?

Nas duas figuras de cima, a troca entre os triângulos verde e vermelho originou dois retângulos, A e B, com áreas diferentes, respetivamente: 15 unidades de área (3 x 5) e 16 (2 x 8). Como se justifica a existência do quadrado branco?

As figuras não são iguais porque não são triângulos!

Repara que os triângulos verde e vermelho não são semelhantes, visto que as medidas dos seus lados não são proporcionais; o triângulo verde tem de base 5 e altura 2, e o vermelho tem base 8 e altura 3; por consequência, as hipotenusas não formam um segmento de reta, e, portanto, as figuras não são triângulos. No entanto, estas diferenças são muito pequenas, criando esta ilusão.



À direita está uma imagem que explica o problema e que foi enviada pelo aluno Rodrigo Paiva, do 10.º B.

3) **Às compras**: Timóteo gastou tudo o que tinha no bolso em cinco lojas. Em cada loja gastou 1€ a mais do que a metade do que tinha ao entrar. Quanto tinha o Timóteo no bolso à partida?



Resolução: O Timóteo tem N euros no bolso

1.º Processo

LOJA	GASTOU	SOBROU
1	$\frac{N}{2}+1$	$\frac{N}{2}-1$
2	$\frac{N}{4}+\frac{1}{2}$	$\frac{N}{4}-\frac{3}{2}$
3	$\frac{N}{8}+\frac{1}{4}$	$\frac{N}{8}-\frac{7}{4}$
4	$\frac{N}{16}+\frac{1}{8}$	$\frac{N}{16}-\frac{15}{8}$
5	2	0

Na 1º loja gastou $\left(\frac{N}{2}+1\right)$ euros, tendo ficado com $N-\left(\frac{N}{2}+1\right)=\frac{N}{2}-1$ euros.

Nas outras lojas, os cálculos são semelhantes.

Ao entrar na última loja teria 2 euros:

$A-\left(\frac{A}{2}+1\right)=0 \Leftrightarrow A=2$. Logo $\frac{N}{16}-\frac{15}{8}=2 \Leftrightarrow N=62$.



O Timóteo tinha 62 euros no bolso

2.º Processo: vamos começar pela 5ª loja, depois passamos para a 4ª, e assim sucessivamente até à 1ª loja.

Se em cada loja o Timóteo gastou metade da quantia que tinha, ao entrar, mais 1€, então em cada loja, sobrou-lhe metade do que tinha, ao entrar, menos 1€. Ao entrar na 5ª loja, a quantia que tinha era era a mesma que lhe tinha sobrado na 4ª loja (A) e gastou-a toda, ficando com 0 euros.

Tem-se $\frac{A}{2}-1=0$, o que nos dá $A=2$

Analogamente:

$\frac{B}{2}-1=2 \Leftrightarrow B=6$

$\frac{C}{2}-1=6 \Leftrightarrow C=14$

$\frac{D}{2}-1=14 \Leftrightarrow D=30$

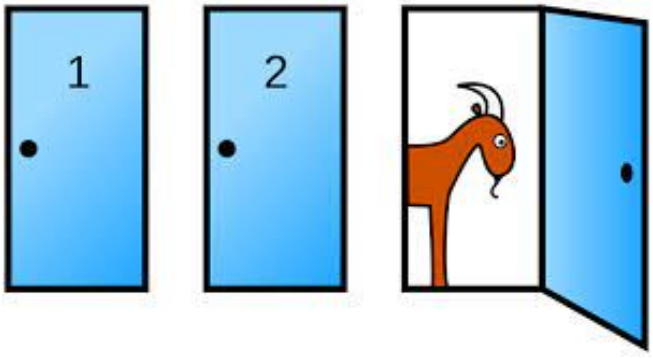
$\frac{N}{2}-1=30 \Leftrightarrow N=62$

LOJA	GASTOU	SOBROU
1	32	30
2		14
3		6
4		2
5	$A=2$	0

PROBLEMA:

ONDE ESTÁ O CARRO?

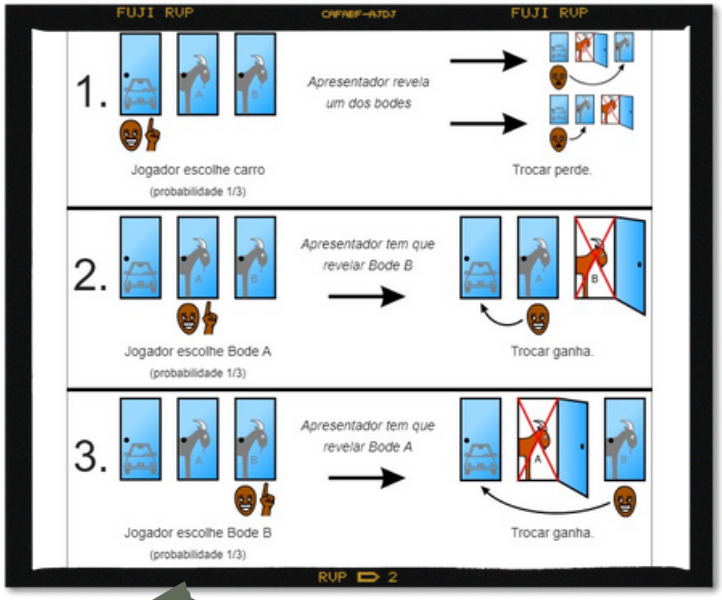
Depois de feita a escolha da porta e de o apresentador abrir uma das portas, valerá a pena mudar a sua escolha?



RESOLUÇÃO

Suponhamos que o carro está na Porta 1 (o mesmo raciocínio poderá ser feito para o caso de o carro estar numa das outras duas). Deparamo-nos com três casos diferentes:

Caso 1- o concorrente escolheu a porta 1.
Neste caso, o apresentador abre uma das outras duas portas, onde está, naturalmente, uma cabra. Perante as duas portas fechadas à sua frente, o jogador terá de decidir se mantém a escolha ou se a altera.
Dado que escolheu a porta certa, se mudar perde.



Caso 2- o concorrente escolheu a porta 2.
Neste caso, o apresentador abre a porta 3, com a cabra. Perante as duas portas fechadas à sua frente (a 1 e a 2).
Se mudar, muda para a porta 1, pelo que vai ganhar o carro.

Caso 3- o concorrente escolheu a porta 3.
Neste caso, o apresentador abre a porta 2, com a cabra. Perante as duas portas fechadas à sua frente (a 1 e a 3). Se mudar, será para a porta 1, e ganha.
Ou seja, nas três situações possíveis, se mudar a sua escolha, ganha.

A probabilidade de ganhar o carro, mudando a escolha, é 2/3.
Conclusão: o concorrente **deve mudar a sua escolha**!

ESPERAMOS PELAS TUAS RESOLUÇÕES E SUGESTÕES!