Agrupamento de Escolas Domingos Sequeira

EDIÇÃO 01 ANO 3 DEZEMBRO 2024

+MAT

Jornal de Matemática

Direção e Edição de:

Rosa Bértolo e Carla Nunes

Nesta Edição

Problema: Fatorização colorida

História da Matemática- -Ábaco de Napier

Combinatória- matrículas de automóveis

Trilho Matemático

A Estatística - Trabalhos de alunos

Há um novo Número Primo!

Dia de Fibonacci

Notícias: Aconteceu no AEDS

Desafios

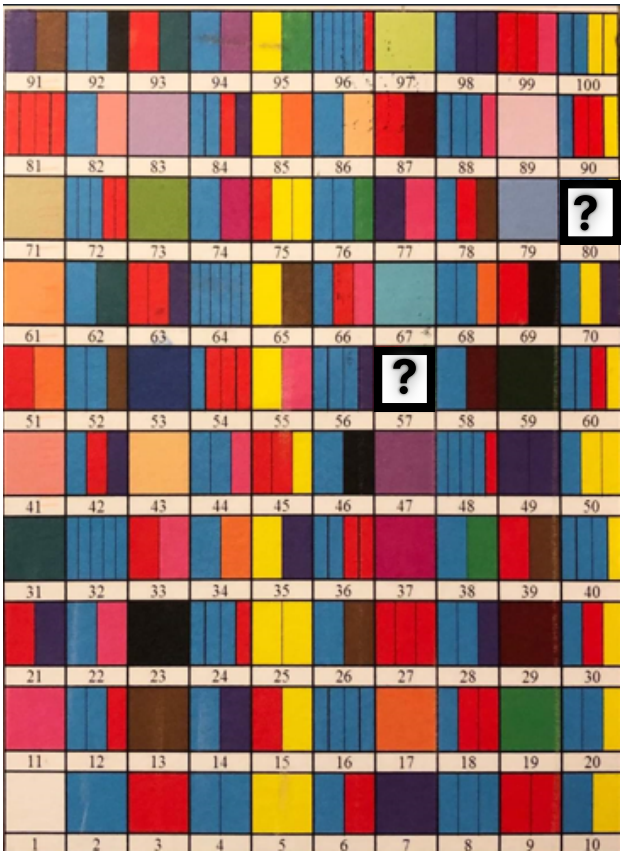
Sugestões

Resoluções dos desafios da edição anterior

Fatorização colorida

Todo o número inteiro positivo pode ser escrito como um produto de números primos.

Esta ideia remonta a Euclides (300 a. C) que o demonstrou no seu livro "*Os Elementos*".



- 2 é primo --> azul
- 3 é primo --> vermelho
- 6 não é primo: 6=2x3 --> azul e vermelho
- 9 não é primo: 9=3x3 --> vermelho e vermelho
- Quantos números primos há na imagem? (Recorda que 1 não é primo)

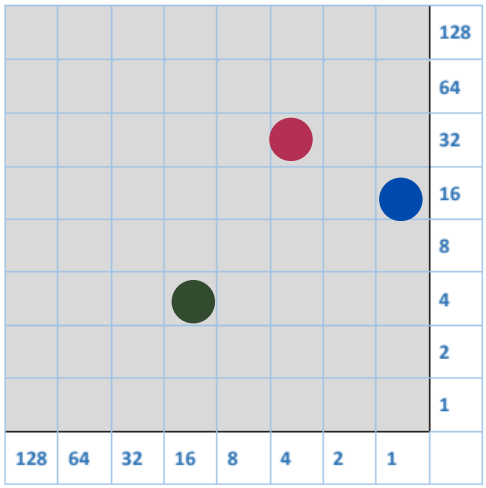
Desafio: Qual é a representação dos dois números em falta: 57 e 80?

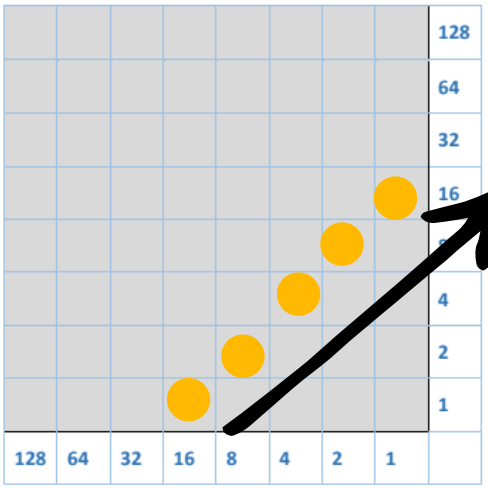
ÁBACO DE NAPIER (NEPER)

John Napier, também conhecido por Neper, viveu em Edimburgo, na Escócia, entre 1550 e 1617. Foi um importante matemático, físico e astrónomo. Destacou-se em várias áreas da Matemática, sendo o seu trabalho mais relevante, provavelmente, a descoberta dos logaritmos. Relevante, também, é a constante com o seu nome: o número de Neper, que se representa pela letra e, e que é um número transcendente. Sobre a beleza desta constante, falaremos na próxima edição.
Agora vamos apresentar outra invenção deste fantástico matemático: o ábaco de Neper.

O ábaco de Neper consiste num tabuleiro de 8 linhas por 8 colunas (pode ter mais colunas ou mais linhas dependendo da ordem de grandeza dos números envolvidos).

- é uma tabela de dupla entrada
- cada linha corresponde a um número x, que é uma potência de 2
  --> 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, ...
- cada coluna corresponde a um número y, que é uma potência de 2
  --> 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, ...
- e cada casa do tabuleiro representa o produto desses dois números x e y, igualmente uma potência de 2





16 x 1 = 8 x 2 = 4 x 4
= 2 x 8 = 1 x 16 = 16

16 x 4 = 64 = 2^6

1 x 16 = 16 = 2^4

4 x 32 = 128 = 2^7

Nesta diagonal todos os números valem o mesmo : 8

Numa diagonal todos os números valem o mesmo!

Assim, cada casa do tabuleiro representa uma potência de 2, também.

O número pode "viajar" pela diagonal sem alterar o seu valor

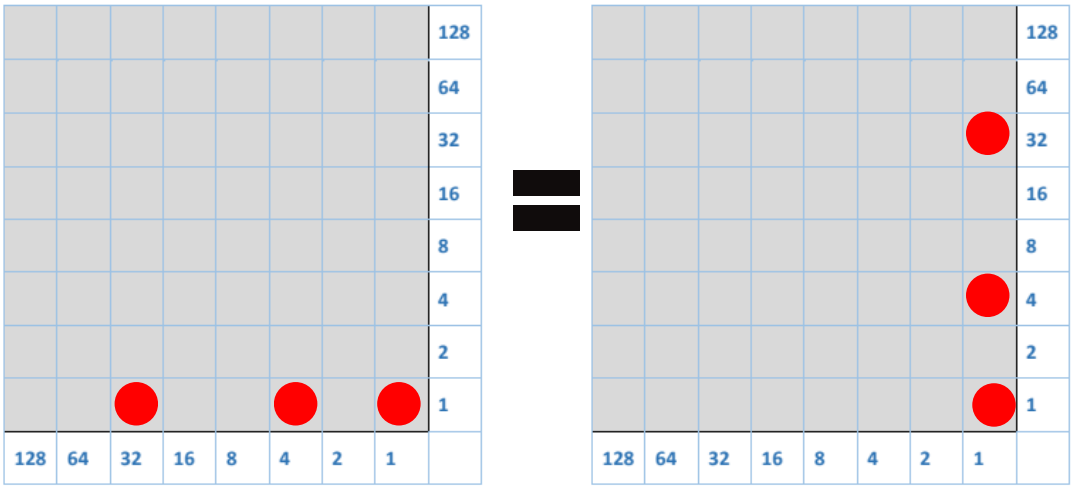
Podemos representar qualquer número inteiro positivo neste tabuleiro, atendendo à simplicidade da seguinte propriedade:

Propriedade:

Todo o número inteiro positivo pode ser escrito como soma de potências de 2

Por exemplo: 37= 32 + 4 + 1 e 83= 64 + 16+ 2 + 1

37= 32 + 4 + 1



Para escreveres um número como soma de potências de 2:

- começas por ver qual é a maior potência de 2 que cabe no número. Essa é a primeira parcela.
- subtrais esse valor ao número inicial
- repetes o procedimento
- até chegares a um valor que seja, ele próprio potência de 2 .

1
2
4
8
16
32
64
128
256
512
1024

83 = ?

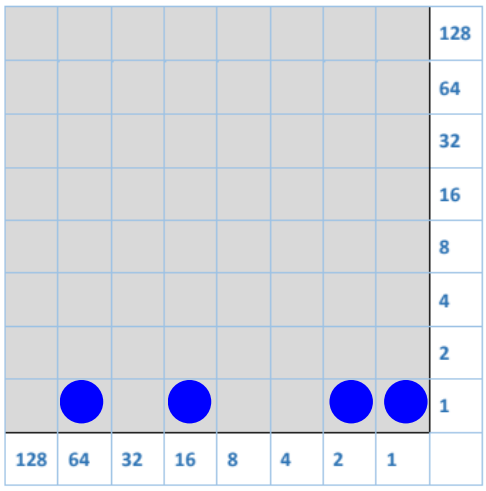
83= 64 + ?

83 - 64 = 19

19 = 16 + ?

3 = 2+ 1

83= 64 + 16+ 2+1



---

245 = ?

245 = 128 + ?

245 - 128 = 117

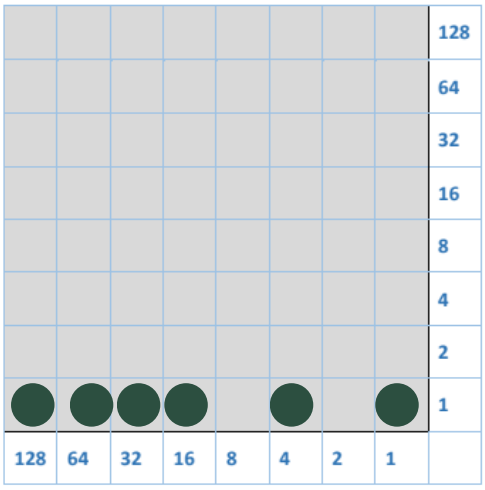
117 = 64 + ?

53 = 32+ ?

21 = 16 + 5

5 = 4 + 1

245 = 128 + 64 + 32 + 16 + 4 + 1

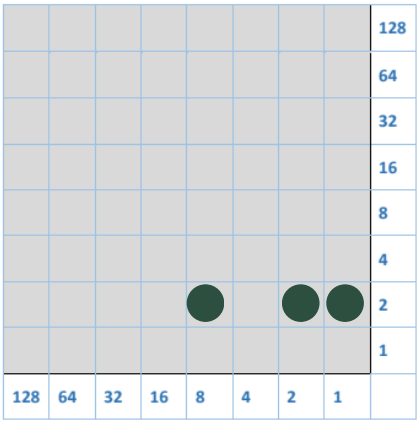


Experimenta este método para escreveres os números

- 42
- 100
- 338

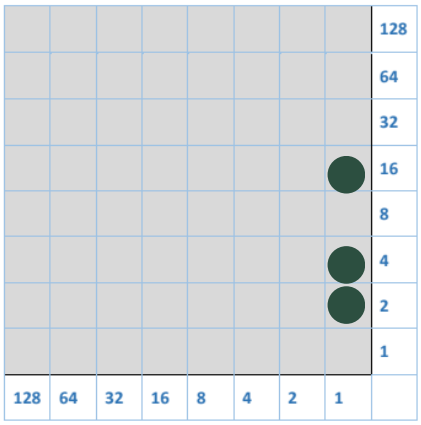
Vamos fazer umas contas!

1) 2 x 11 = ?



- Escrevemos 11 como soma de potências de 2 distintas → 11 = 8 + 2 + 1
- tendo em atenção que 2 x 11 = 2 x (8 + 2 +1), vamos colocar no tabuleiro 2 x 8 , 2 x 2 e 2 x 1, o que equivale a colocar o número 2 nas linhas do 8, do 2 e do 1.

Para "somar" os números no tabuleiro basta deslocarmos os discos na diagonal, para cima e para a direita.



Vamos somar os valores dos discos que estão na coluna da direita:

2 + 4 + 16 = 22

Multiplicar por 2 --> subir as peças 1 linha

Multiplicar por 4 --> subir as peças 2 linhas

2) 22 x 7 = ?

22 = 16 + 4 + 2

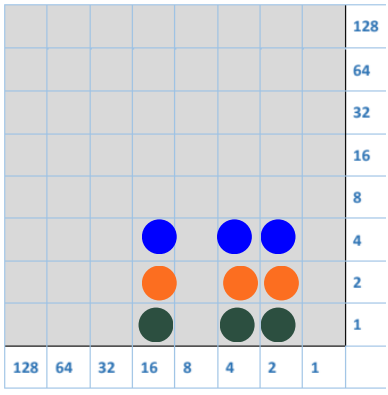
7 = 4 + 2 +1

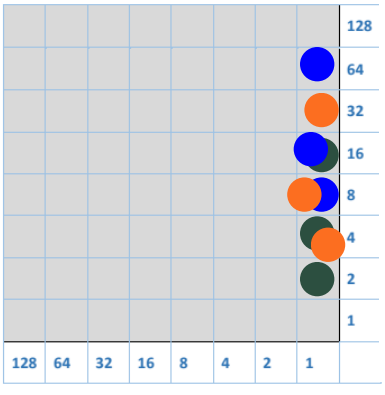
22 x 7 = 22 x (4 + 2 + 1)

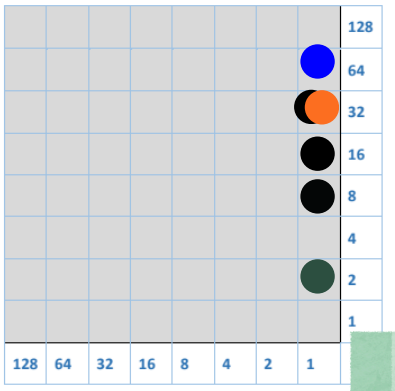
Vamos colocar no tabuleiro

22 x 4 , 22 x 2 e 22 x 1,

o que equivale a colocar o número 22 nas linhas do 4, do 2 e do 1.

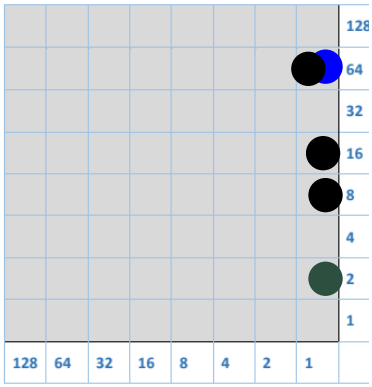


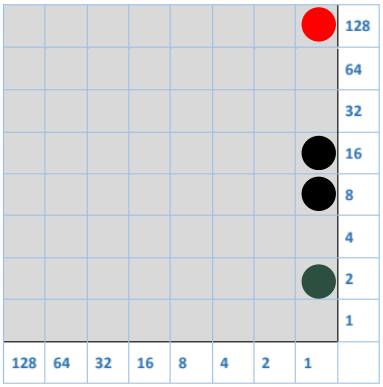




2 + 8 + 16 + 128 =154

22 x 7 =154



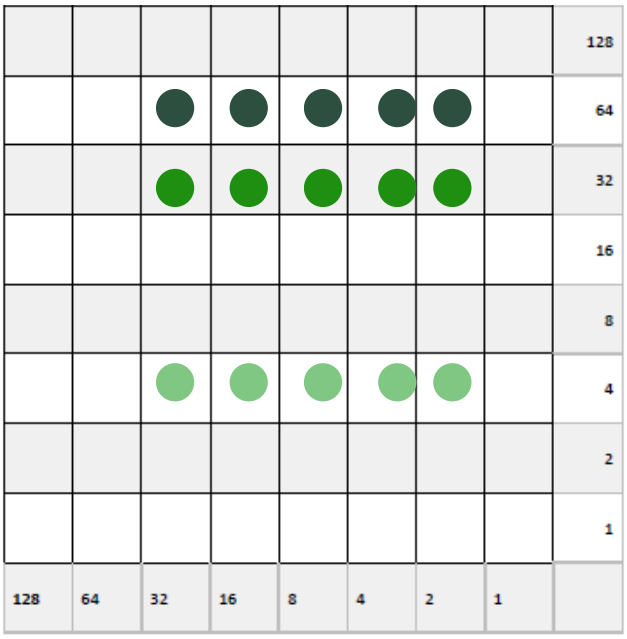


E se os valores forem maiores?
As nossas parcelas só podem ir até 128?

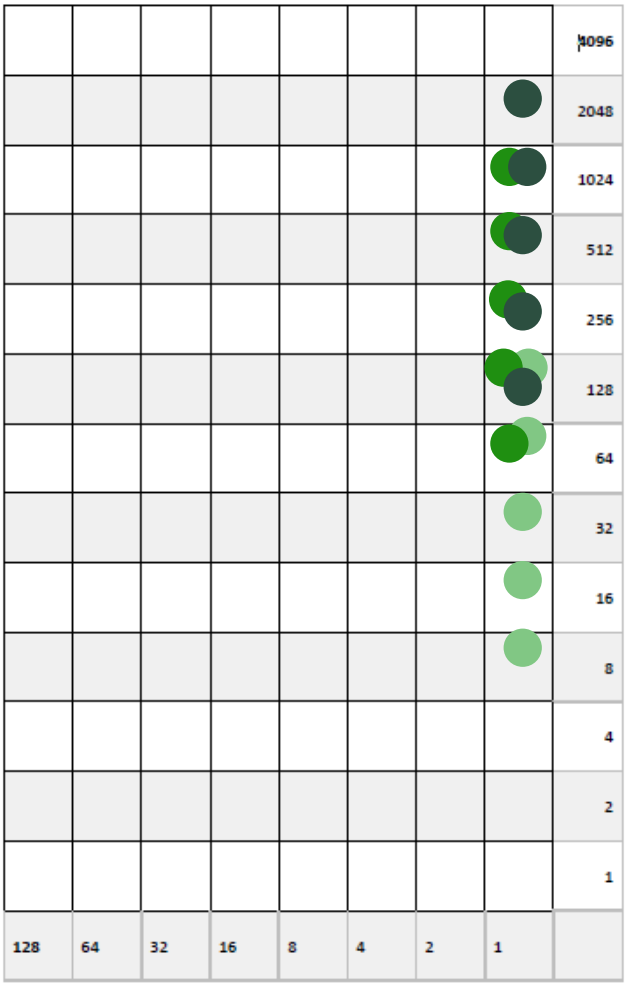


Não! Basta construir um tabuleiro maior

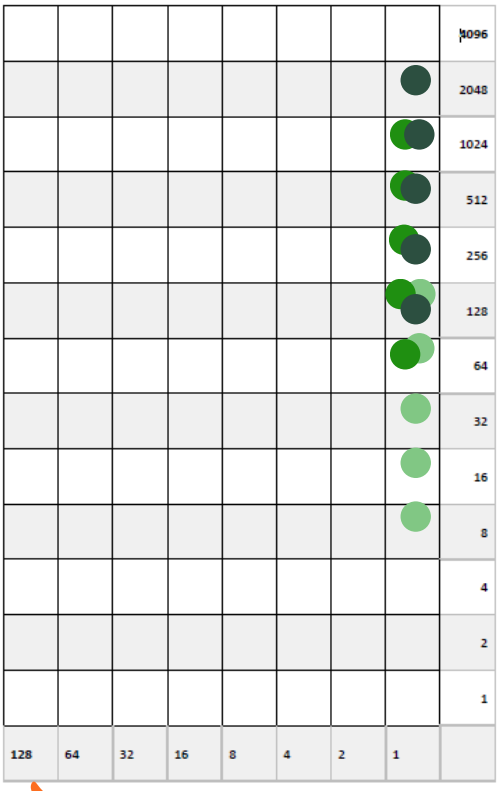
Vamos fazer uma “conta maior”: 62 x 100=?
Repara que não é natural multiplicar por 10 ou por 100 neste tabuleiro.
Aqui multiplicamos naturalmente por potências de 2.



escrevemos o 62 “nas linhas do 100”
--> 100 = 64 + 32 + 4

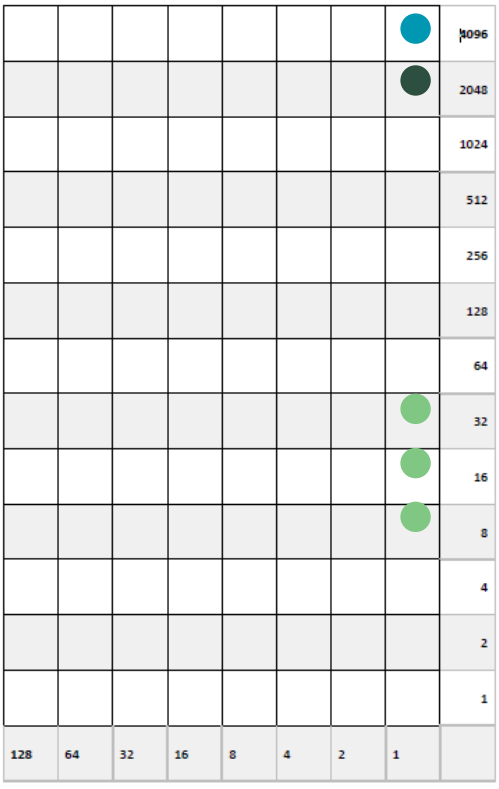


deslocamos as casas na diagonal, de baixo para cima e da esquerda para a direita



Simplificamos o tabuleiro:

duas peças numa casa = uma peça na casa de cima



8+16+32+2048+4096 =6200

62 x 100= =6200

Com este tabuleiro podemos fazer multiplicações de forma simples!
Fazendo adições.

Desafio: Constrói um tabuleiro destes e faz : 16 x 20 e 13 x 13

SABIAS QUE A MATRÍCULA DE UM CARRO É UM "NÚMERO DISFARÇADO"?

Trabalho do aluno Miguel Rocha, 12.º G

Pode parecer um pouco estranho, mas, na verdade, o conjunto de letras e números que constituem a matrícula de um veículo, quando combinados através de um algoritmo, dão origem a um número.
Esta combinação de caracteres, ou melhor, este número, é utilizado para identificar o veículo, conferindo-lhe uma identificação única.
Então porque é que a matrícula não apresenta diretamente o número?
Esta é uma pergunta a que é muito fácil responder. De acordo com a Pordata, em 2022, circulavam, em Portugal, aproximadamente, 7 249 033 de veículos.

Já imaginaste se tivéssemos que ler todos esses números por extenso? Quão difícil seria lembrarmo-nos de uma matrícula?
A combinação de caracteres "encurta" o tamanho da identificação, facilitando a sua leitura, além de a tornar intuitiva.

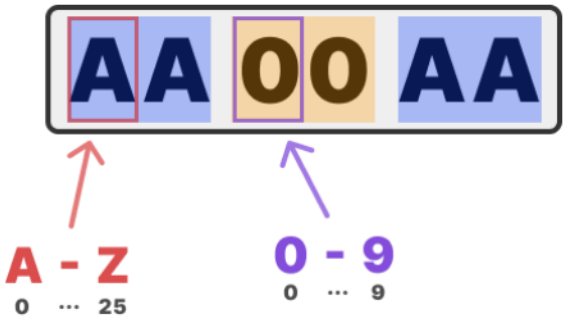
Depois desta breve introdução, vamos colocar as mãos na massa.
O padrão das matrículas automóveis, em Portugal, consiste em 2 grupos de letras (AZUL) e 1 grupo de números (AMARELO), alternados entre si.



Cada algarismo do grupo de letras (AZUL) possui 26 possibilidades de combinação diferentes, sendo estas de A a Z. Cada um deles corresponde a um valor numérico que varia entre 0 e 25.

Tabela de correspondências:
A--> 0 B-->1 C -->2 ... Z --> 25

Cada algarismo do grupo de números (AMARELO) possui 10 possibilidades de combinação diferentes, sendo estas de 0 a 9.



Para calcularmos as possibilidades totais de matrículas únicas, basta multiplicarmos as possibilidades de cada caracter.
Assim, o número total de possibilidades corresponde a 45 697 600.



O algoritmo para calcular o número que está "mascarado" pela matrícula é bastante simples.
Vamos tomar como exemplo a seguinte matrícula:



Comecemos por uma analogia para facilitar o raciocínio: vamos imaginar que temos o número 100 000.



Sabemos que

- 1 centena de milhar corresponde a 100 000 unidades
- 1 unidade de milhar corresponde a 1 000 unidades
- 1 dezena corresponde a 10 unidades.

Seguindo o mesmo princípio, vamos aplicar esta lógica ao algoritmo da matrícula.

A casa colorida a azul claro corresponde a 1 unidade. A cada casa corresponde um número ou posição (denominado aqui por valor unitário da casa) que é igual a 1 multiplicado pelo número de possibilidades de cada uma das casas que se lhe seguem (à direita).
Por exemplo, à casa onde está o algarismo *5* corresponde o produto **1 x 10 x 26 x 26.**

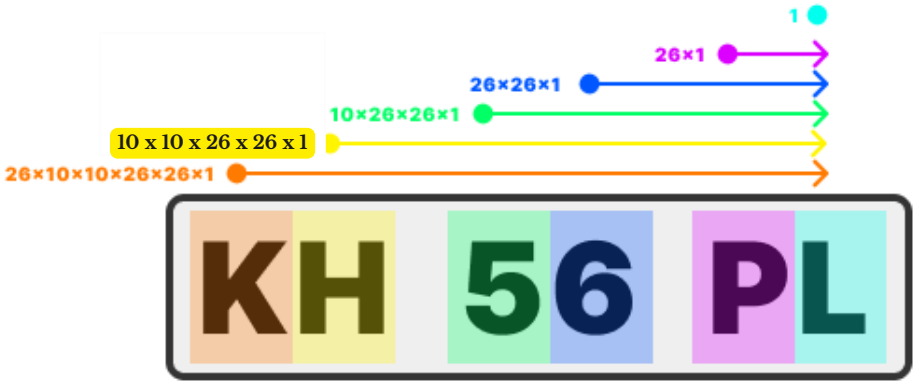


Tabela de correspondências:

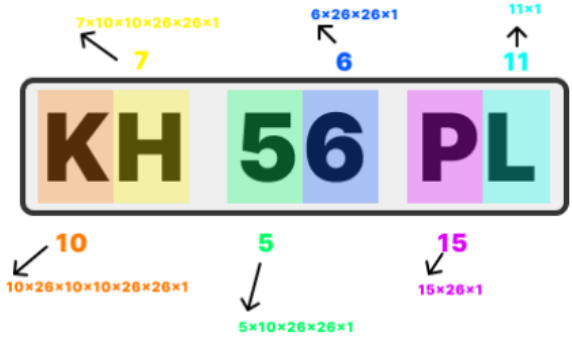
Algarismo	Valor em unidades
Laranja	1x26x26x10x10x26
Amarelo	1x26x26x10x10
Verde	1x26x26x10
Azul escuro	1x26x26
Rosa	1x26
Azul claro	1

Agora que já temos definidos os valores das unidades de cada casa, vamos aplicar o algoritmo para "desmascarar" o número.



1.º passo: Apresentar o valor numérico das letras.

2.º passo: Multiplicar o seus valores numéricos pelos respetivos valores unitários de cada casa



3.º passo: Somar os resultados de todas as multiplicações feitas e está encontrada a resposta à nossa questão:

10x26x10x10x26x26+**7**x10x10x26x26 +**5**x10x26x26+ **6**x26x26+ **15**x26+ **11** =**18087457**

KH · 56 · PL --> 18 087 457

Já consegues descodificar a matrícula de um veículo?



Aqui vão alguns desafios!

Qual será o número correspondente à matrícula AA·00·AA?

À matrícula AA·00·AA corresponde o número 0.
Repara que tanto o A como o 0 correspondem ao algarismo 0 (zero) que vai anular todas as parcelas:
0x26x10x10x26x26 + **0**x10x10x26x26 + **0**x10x26x26 + **0**x26x26 + **0**x26 + 0=0



<u>Se alterares apenas a última letra</u> para B, terás o número 1
AA·00·AB --> **0**x26x10x10x26x26 + **0**x10x10x26x26 + **0**x10x26x26 + **0**x26x26 + **0**x26 + **1** = 1

Se a alterares para C, terás o 2, para D, o 3, e assim sucessivamente, até ao Z, para a qual terás o número 25.

Ou seja, a alteração da última letra dá-nos 26 matrículas diferentes

Se alterarmos apenas a penúltima letra, vamos ter 26 matrículas, também. E, para cada uma destas, temos as 26 matrículas explicadas antes.
Assim, as possibilidades para as duas últimas letras dão 26x26 = 676 matrículas
Ou seja, as matrículas AA·OO·? ? são 676.

Qual será o número correspondente à matrícula ZZ·99·ZZ?

25x26x10x10x26x26 + 25x10x10x26x26 + 9x10x26x26 + 9x26x26 + 25x26 + 25 = 45 697 599

Repara que é a última matrícula deste tipo, o que, como vimos inicialmente, nos dá um

total de 45 697 600 matrículas possíveis.

Desafio: E qual será o número correspondente à matrícula CD·45·FX?

Desafio: Consegues descobrir um algoritmo para converter um número numa matrícula?



MathCityMap: Trilho matemático na E. S. Domingos Sequeira

Professor Manuel Marques

Um trilho matemático é um percurso fora da sala de aula, em que é necessário passar por determinados locais e responder a questões ou resolver problemas. Ao longo do trilho, os participantes contactam com tarefas propostas em contexto real, as quais ilustram a utilidade da matemática e ampliam a possibilidade de se estabelecer conexões entre esta disciplina e a realidade.

Este tipo de trilho pode ser realizado em papel ou em formato digital, usando, por exemplo, o recurso tecnológico MathCityMap, produto do grupo de trabalho MATIS I (IDMI, Goethe – Universität Frankfurt a.M.). Esta aplicação gratuita é constituída por dois ambientes: um portal (https://mathcitymap.eu/pt/), no qual são criados os trilhos e as tarefas, usando ferramentas matemáticas (Figura 1); e uma aplicação para *smartphones* e *tablets*. Ao usar esta aplicação, o utilizador dirige-se a um local indicado num mapa, através de localização GPS, onde é desafiado a responder a uma questão matemática. Quando responde corretamente, ganha pontos e visualiza o local seguinte no mapa, com uma nova tarefa. A aplicação possui opções de gaming que tornam a resolução de tarefas mais motivadora.

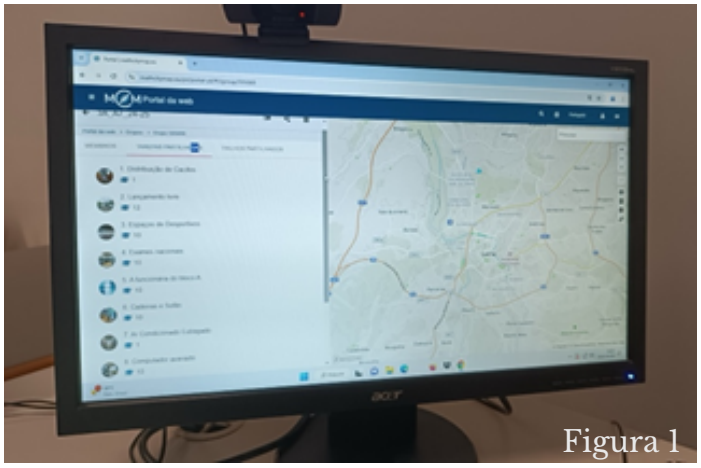


Figura 1

MathCityMap no âmbito das probabilidades

No final do mês de setembro de 2024, no âmbito do módulo A7 – Probabilidades, os alunos da turma A do 3.º ano do curso Técnico de Electrotécnia foram desafiados para criar o primeiro trilho matemático na Escola Secundária Domingos Sequeira.

Os 12 alunos organizaram-se em 6 pares e escolheram 6 locais para explorar, do ponto de vista das probabilidades: a biblioteca, o bar, o campo do basquetebol, o pavilhão desportivo, o bloco A e o parque de estacionamento.

No dia 4 de outubro, durante a aula de Matemática (Figura 2), cada equipa deslocou-se ao local selecionado, munida de um guião fornecido pelo professor, e redigiu três propostas de tarefas acompanhadas da respetiva resolução. Seguidamente, após um período de revisão, os alunos digitalizaram as tarefas no portal MathCityMap, acrescentando diversas informações, nomeadamente "Sugestões passo a passo" para ajudar os participantes a responder às questões.

No dia 14 de outubro, cada grupo apresentou as suas tarefas à turma e indicou a tarefa que recomendava para integrar o trilho (Figura 3). Posteriormente, já em novembro, foi criado o trilho e sujeito a novo processo de revisão. Neste momento, o trilho "Probabilidades na ESDS" está disponível para toda a comunidade escolar (Figura 4)!



Figura 2



Figura 3

Como experimentar o trilho “Probabilidades na ESDS”?

É muito simples! Segue as etapas seguintes:

1º) Instala a aplicação (gratuita) MathCityMap no teu telemóvel, a partir da Play Store ou da App Store (Figura 5). Durante a instalação, deverás autorizar a localização.

2º) Seleciona “Procurar trilhos” e escreve (na parte superior) o código 0823729.



Figura 4

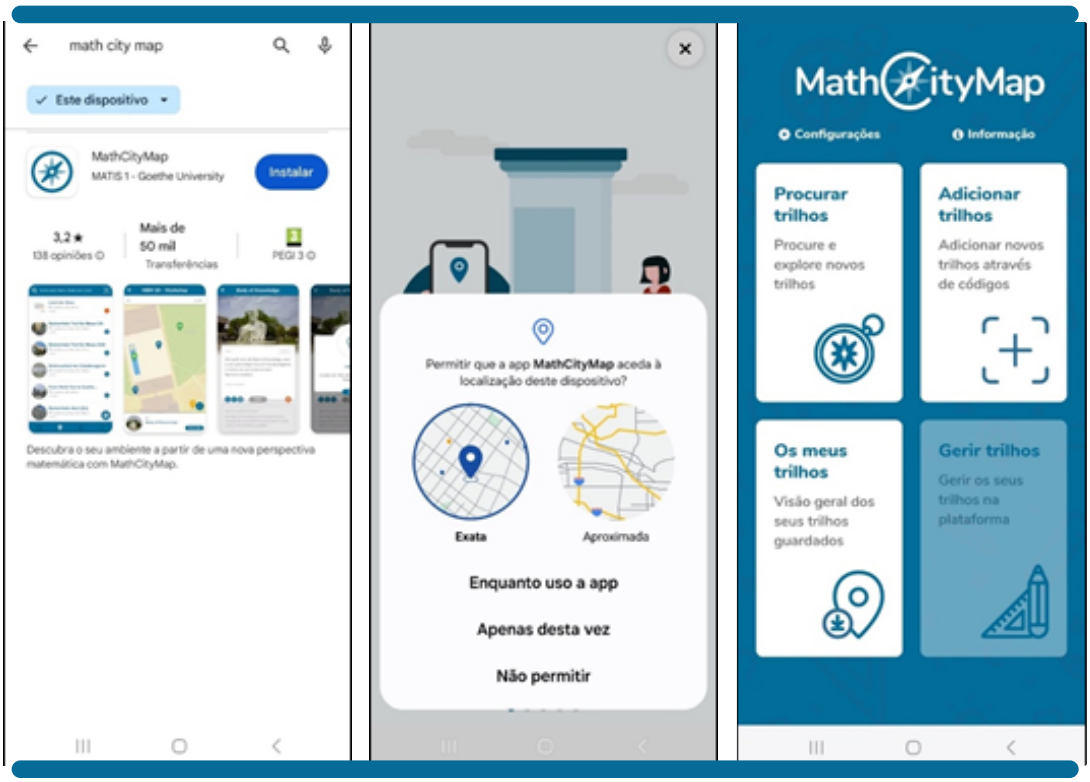


Figura 5

3º) Seleciona “Download Trail” (na parte inferior) e, após a transferência, “Iniciar trilho”.

4º) À pergunta “Quer começar a partir de uma determinada tarefa?”, responde “Sim” e escolhe a primeira tarefa: “#1 Computador avariado”.

5º) Chegando ao local (a biblioteca), seleciona “Ir para a tarefa” (na parte inferior).

6º) Responde à pergunta e seleciona “Verificar”. Se a resposta estiver correta, seleciona “Próxima tarefa” e prossegue para a etapa seguinte; caso contrário, tenta novamente.

Nota: Em cada questão, podes usar duas “Sugestões”, selecionando os ícones com lâmpadas. No fim, podes ainda consultar a resolução da tarefa, selecionando “Exemplo de solução”.

+Estatística

Torture os dados e eles confessarão qualquer coisa!

(Ronald Coase)

Professora Lúcia Casalta

No ano letivo transato, os alunos do 11º ano, turmas A, B e I realizaram, no âmbito da disciplina de Matemática, um estudo estatístico abordando vários temas da atualidade: cinema, desporto, desemprego, turismo, prisões em Portugal, valores habitacionais, entradas no ensino superior (por género), etc.



"A metodologia de trabalho foi a da colaboração entre pares, permitindo que os alunos aprendessem através da pesquisa, da partilha, da reflexão e da produção de materiais.

Os resultados foram muito positivos dado o empenho e interesse revelado pelos alunos.

Após as apresentações orais realizadas em contexto de aula, foi feita uma exposição no átrio da escola com o intuito de premiar os olhos de todos os elementos da comunidade educativa com o bom trabalho desenvolvido.



Por fim, os alunos destas 3 turmas participaram na eleição do melhor cartaz, tendo sido vencedor o cartaz elaborado pelos alunos: Carolina Viana, Constança Ferreira, Diogo Gomes e Filipa Moita, com o tema "Cinema"(figura ao lado).



Na próxima edição do jornal revelaremos trabalhos elaborados por alunos de outras turmas.

Foi descoberto o maior número primo que se conhece

No dia 12 de outubro deste ano foi descoberto mais um número primo, o maior número primo conhecido até hoje. Tem mais de 41 milhões de dígitos e foi descoberto pelo ex-programador da Nvidia, Luke Durant.

Tratou-se de uma descoberta notável, dada a dimensão do número. Para o conseguir, Durand precisou de quase um ano de trabalho.

Como sabes, um número primo é um número inteiro que é divisível apenas pela unidade e por si próprio, como 2, 3, 5 e 7.

Este número primo pertence à classe especial de números primos raros, conhecidos como primos de Mersenne, e é o 52.º primo deste tipo que é descoberto.

Os primos de Mersenne devem o seu nome ao monge francês Marin Mersenne, que os estudou há cerca de 350 anos. Estes números têm uma fórmula simples: $2^n - 1$

Este novo número primo foi encontrado após o computador calcular dois elevado a 136 279 841, menos um. Por este motivo, este número foi apelidado de M136279841.

O primo M136279841 possui uns incríveis 41.024.320 dígitos!!!

Esta descoberta foi o primeiro avanço significativo em números primos em quase seis anos.

O maior número primo que se conhecia até agora tinha 24.862.048 dígitos, ou seja, o número de dígitos quase duplicou!

Como foi descoberto este número?

A descoberta de Durant foi anunciada pelo projeto Great Internet Mersenne Prime Search (GIMPS) em 21 de outubro. O GIMPS é um exemplo de ciência cidadã, porque permite que pessoas comuns façam descobertas significativas: utilizando a tecnologia avançada do GIMPS e combinando elementos de computação em nuvem, conseguiu criar um supercomputador incrivelmente rápido.

A comunidade GIMPS inclui voluntários de todo o mundo que executam o software do projeto nos seus computadores pessoais em busca de novos primos.

A descoberta de Durant é notável por ter sido a primeira que foi realizada através de unidades de processamento gráfico (GPUs), conhecidas pela sua eficiência em lidar com cálculos matemáticos repetitivos em alta velocidade. As GPUs profissionais usadas por Durant incluíam milhares de GPUs de servidores, cruzando 24 regiões de *data centers* em 17 países.

Ainda com números primos

Já ouviste falar do Crivo de Eratóstenes?

O Crivo de Eratóstenes é um método prático e simples para determinar todos os números primos menores ou iguais a um certo número.

Basta escreveres todos os números naturais até esse número e ires cortando: os múltiplos de 2 (pares), os múltiplos de 3, os múltiplos de 5, e assim sucessivamente.

Experimenta com os números do quadro ao lado

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



No dia 23 de Novembro celebra-se o Dia de Fibonacci



Fibonacci, ou Leonardo de Pisa, viveu na Idade Média e foi um dos maiores matemáticos do seu tempo.

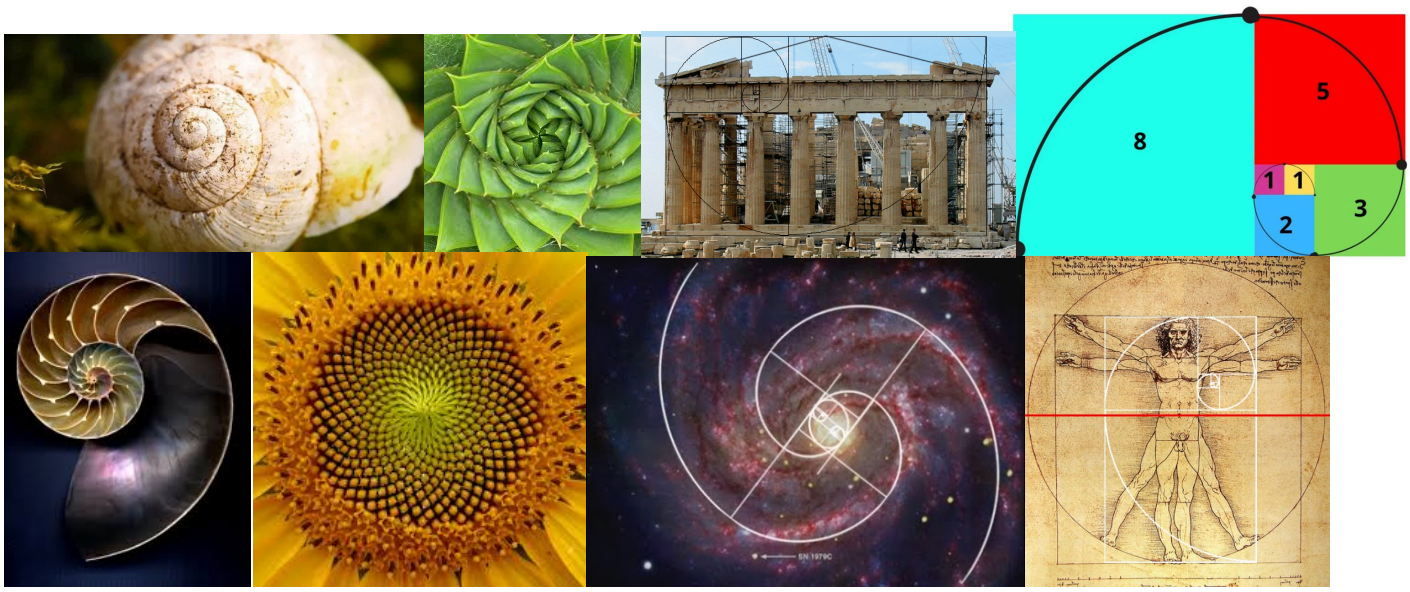
Uma das suas maiores "descobertas" foi a sucessão que ficou conhecida pelo seu nome, a sucessão de Fibonacci. Apesar de já ser conhecida há muito tempo, foi ele que a divulgou e explicou ao mundo matemático.
Começou por a utilizar na reprodução de um casal de coelhos, mas a aplicação desta sucessão de números está por toda a natureza.

Sucessão de Fibonacci:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...

Nota que o 3.ºtermo da sucessão e seguintes se obtêm somando os dois termos anteriores
2=1+1; 3=1+2; 5=2+3; 8=3+5; 13=5+8; 21=8+13; 34=13+21; 55=21+34; 89=34+55, ...

Considerando a sucessão de quadrados dos termos da sucessão, e dispondo-os de forma geométrica, consegue-se traçar uma espiral perfeita, que é visível por toda a natureza



Com os números desta sequência forma-se outra sequência: a proporção áurea.
Esta sucessão terá um pequeno artigo na próxima edição do jornal.
Queres ser o redator do artigo?

Por que razão foi escolhida esta data (23/11) para comemorar o dia de Fibonacci?
Devido à escrita inglesa das datas, que coloca primeiro o mês e depois o dia, e aos primeiros quatro termos da sequência: 1 1 2 3 , o que dá 11/23 , ou seja, em novembro, o dia 23!
Este dia é celebrado mundialmente.

https://clube.spm.pt/news/dia-de-fibonacci-23-de-novembro-de-2020
https://www.google.com/search?q=sequ%C3%AAncia++de+Fibonacci+na+natureza

OLIMPÍADAS PORTUGUESAS DE MATEMÁTICA



Na tarde do dia 6 de novembro realizou-se a primeira eliminatória das XLIII Olimpíadas Portuguesas de Matemática. Foi com agrado que 11 alunos da EBJS e 24 alunos da ESDS, aceitaram participar neste desafio, lançado pela Sociedade Portuguesa de Matemática em parceria com o Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra. Com esta atividade, os alunos tiveram a oportunidade de desenvolver o gosto pelo raciocínio estratégico, o treino na resolução de problemas e o conhecimento matemático. Do 7.º ao 12.ºano, mostraram os seus interesses e vocações na área da Matemática.
Participaram no evento 5 alunos na categoria Júnior - 7.º ano, 6 alunos na categoria A - 8.º e 9.º anos e 24 alunos na categoria B - Secundário.

Foram apurados para a 2ª eliminatória os alunos: Camila Baptista, da categoria Junior, Salvador Rinhonha Pragana, da categoria A, e Ana Fonseca, Beatriz Conde, Lourenço Passadouro, Pedro Gameiro e Tiago Henriques, da categoria B .
Boa sorte aos sete para a próxima etapa!

Apresentamos-vos aqui um dos problemas que integraram esta eliminatória (Categoria A) para ver o vosso desembaraço e sagacidade:

> *Num torneio de xadrez participaram 6 jogadores e cada jogador jogou uma vez com cada um dos restantes jogadores. Uma derrota vale 0 pontos, um empate vale 1 ponto (para cada jogador) e uma vitória vale 2 pontos. No final do torneio um dos jogadores terminou com 8 pontos, outro com 6 pontos e os restantes quatro jogadores terminaram todos com o mesmo número de pontos.*
> *Qual o número de pontos com que cada um destes quatro jogadores terminou o torneio?*

BEBRAS

O Desafio Bebras, que vai na 6.ª edição, é uma iniciativa mundial que promove o Pensamento Computacional através de uma prova de 45 minutos, que envolve alunos do 3.º ao 12.º ano. A prova decorreu entre os dias 4 e 15 de novembro.

O Bebras potencia a resolução de problemas e o conhecimento em Informática, preparando os alunos para as competências do futuro.

O AEDS participou, pela primeira vez, no desafio:

- a EBJS, com cerca de 100 alunos das turmas A, B e C do 7.º ano, e G do 8.º ano;
- na ESDS participaram cerca de 90 alunos (10.º A, D e H e 12.º G - 1 aluno)

Em breve serão divulgados os resultados e entregues os respetivos certificados.

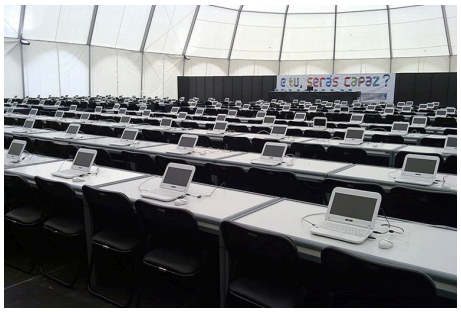


Turma 8.º G

Alunos e professores referiram que a atividade foi muito positiva e será para repetir!

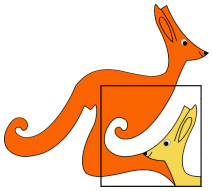
+Notícias

PMATE



As Competições Nacionais de Ciência 2025 (PmatE), são um evento promovido pela Universidade de Aveiro e a ESDS irá participar. As competições terão lugar no dia 2 de maio na Universidade de Aveiro. Os treinos já estão disponíveis!
Inscreve-te junto do teu professor

CANGURU MATEMÁTICO



É um concurso que pretende estimular e motivar o maior número possível de alunos para a Matemática e é um complemento a outras atividades, tais como olimpíadas. Em Portugal, a organização deste concurso está a cargo do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, com o apoio da Sociedade Portuguesa de Matemática.

O Concurso é para TODOS os alunos (não existe seleção prévia) e a prova consiste num questionário de escolha múltipla de várias questões de dificuldade crescente.
As inscrições começam em janeiro.

CANGURU-MATEMÁTICO
QUIZ

CAMPEONATO NACIONAL DE JOGOS MATEMÁTICOS

A ESDS irá participar no 18º Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos (CNJM), que terá a sua final no dia 14 de Março de 2025, em Aveiro - Dia Internacional da Matemática! Dia do Pi!

O CNJM é o resultado da colaboração entre a Associação Ludus, a Associação de Professores de Matemática, a Sociedade Portuguesa de Matemática e a Agência Ciência Viva.

Esta competição, cuja participação anual ronda os **100 000 jovens**, promove a prática dos jogos de tabuleiro abstratos, que potencia o pensamento rigoroso e criativo, tão típicos da Matemática.



Podes consultar as regras dos jogos nos links seguintes:
http://ludicum.org/jogos/abstr/produto/view
http://ludicum.org/jogos/abstr/atari-go/view
http://ludicum.org/jogos/abstr/nex/view
Inscreve-te e participa neste mega evento!

No secundário, os jogos a concurso são
PRODUTO, ATARI GO e NEX.
Cada escola pode participar com um aluno por jogo. Escolhe o teu jogo preferido e treina com os teus colegas. Esta pode ser a tua vez de representar a ESDS!

SUPERTMATIK

A Escola Básica José Saraiva (3º ciclo do Ensino Básico) irá participar no campeonato SuperTmatik, de cálculo mental, que decorrerá em maio de 2025. Dos objetivos deste campeonato, destacam-se desenvolvimento das destrezas numéricas e do cálculo, e do reforço da componente lúdica na aprendizagem da Matemática.

- Até 21 de março - treino para apuramento dos grandes finalistas
- Grande Final - entre 1 e 16 de maio de 2025

DIA NACIONAL DA CULTURA CIENTÍFICA





De 25 a 29 de novembro realizaram-se atividades na escola no âmbito da Cultura Científica, cuja comemoração ocorreu no dia 27. A Matemática deu o seu contributo com uma exposição de estereogramas e espalhou magia pelas salas de aula.

Os estereogramas permitiram despertar os sentidos para ver além da realidade. A partir de uma imagem 2D, com a técnica certa, as figuras "saem do papel" e somos surpreendidos com uma imagem a 3 dimensões, que parece ter estado lá desde sempre. Para os menos habilidosos, temos a dizer-lhes que é possível treinar o olhar e o jeito surge naturalmente!

Relativamente à magia, deixamos-vos o testemunho de duas alunas onde esta aconteceu!

Petra Gouveia e Maria Cruz – 10º A

Numa manhã de quarta feira, na semana em que se comemorou o Dia da Ciência, duas professoras vieram à nossa aula para nos mostrar um truque de magia envolvendo matemática, o que deixou a turma muito curiosa.

Este truque envolveu as duas "mágicas", que trabalharam em perfeita sintonia, criando um espetáculo intrigante e envolvente.

A primeira "mágica" aproximou-se com um baralho de cartas e pediu a um aluno que escolhesse 5 cartas à sua vontade. Em seguida, a mágica selecionou uma dessas 5 cartas como "a carta escolhida" e, com gestos calculados, reorganizou as cartas restantes, virando algumas para cima e outras para baixo, criando aparentemente um padrão confuso.

Depois, entrou em cena a segunda "mágica", que não assistiu ao processo inicial. Observou as cartas que foram manipuladas como se estivesse a decifrar um código secreto. Após um momento de concentração, anunciou, com total precisão, qual tinha sido a carta escolhida pelo aluno.

Este truque é uma combinação fascinante de técnica, comunicação secreta e, acima de tudo, ilusão, criando a impressão de uma leitura mental impossível. A interação entre as duas "mágicas" e a reação de surpresa dos alunos tornaram esta performance inesquecível, uma experiência que desafia a lógica e brinca com a perceção de todos.









Contamos com a tua participação em futuros eventos!!

Nota das "mágicas", Carla Nunes e Rosa Bértolo:

"Este truque de cartas é fantástico porque surpreende, é simples e envolve Matemática!

Para dar o mote, pesquisem por Princípio do Pombal ou Princípio de Dirichlet. Vão perceber a razão de o truque envolver 5 cartas. O resto, fica a cargo da vossa curiosidade. Divirtam-se!"

+DESAFIOS - 1





1) Festa à noite

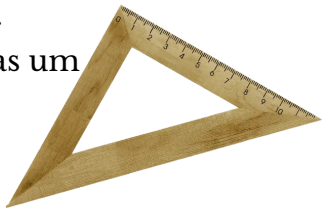
Estavam 20 pessoas numa festa à noite.
Maria dançou com 7 rapazes, Olga, com oito, Vera, com nove, e assim sucessivamente, até chegar à última rapariga, a Nina, que dançou com todos eles.
Quantos rapazes havia na festa?

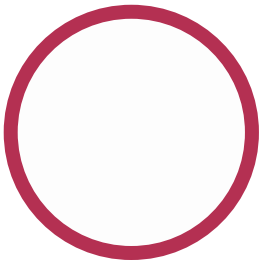
(Álgebra Recreativa, Yakov Perelman)

---

2) No círculo

Temos aqui um círculo sem quaisquer marcações.
É possível encontrar o seu centro utilizando apenas um esquadro?





(É capaz de resolver?, David Wells)

---

3) O problema dos pães

Certo dia, dois viajantes encontraram, caído na estrada, um rico mercador que havia sido assaltado. Como estava esfomeado, pediu-lhes algo para comer. Um dos viajantes trazia três pães e o outro cinco. O mercador sugeriu então que juntassem os pães, os partilhassem durante a viagem e quando chegasse a sua casa pagaria com oito moedas de ouro todo o pão que comesse. Assim fizeram.
No dia seguinte, ao chegarem ao palácio do mercador, este ordenou a um dos seus criados que pagasse oito moedas de ouro aos seus salvadores: três moedas ao viajante que tinha partilhado os seus três pães e cinco moedas ao que tinha partilhado os cinco pães.
O viajante que tinha contribuído com o maior número de pães, não concordando com esta divisão, afirmou que ele deveria receber sete moedas e o seu companheiro apenas uma.
Terá ele razão?

(O homem que sabia contar, Malba Tahan)

---

4) Desafios lógicos

Na Selva R. Smullyan

Na edição anterior, demos a conhecer o matemático norte-americano Raymond Smullyan e os seus "puzzles lógicos" que vivenciam realidades alternativas àquela em que vivemos.
Uma delas é A SELVA, em que o Leão e o Unicórnio têm características próprias e o papel principal:

- O Leão (L) mente às Segundas, Terças e Quartas, dizendo sempre a verdade nos outros dias.
- O Unicórnio (U) mente às Quintas, Sextas e Sábados, dizendo sempre a verdade nos outros dias.





Problemas

A)

L: "Ontem foi dia de eu mentir"
U: "Ontem foi dia de eu mentir, também"
Em que dia da semana estamos?

B)

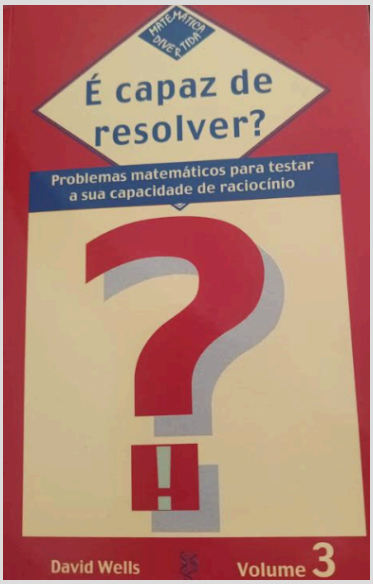
L: "Ontem foi dia de eu mentir"
U: "Vou mentir dois dias depois de amanhã"
Em que dia da semana estamos?

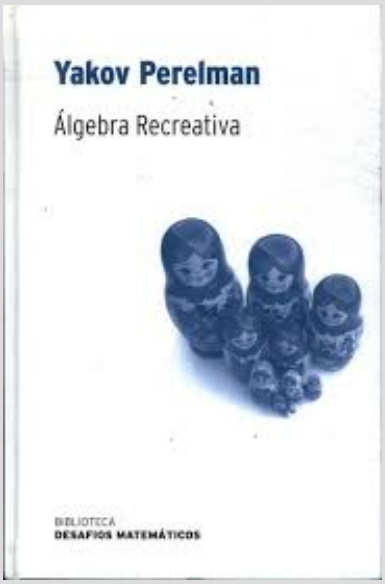
+ Sugestões

Quase a finalizar esta edição, deixamos-te algumas sugestões de leituras e de filmes.
Os livros que propomos estão ambos disponíveis em *pdf* online.
Os dois filmes sugeridos podem ser vistos também online. Se tiveres interesse, ccontacta a BECRE.

Envia-nos os teus comentários.

Livros





Filmes

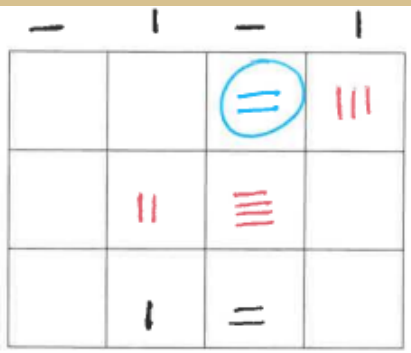




Por agora, é só!
Mas não terminamos esta edição sem antes apresentarmos as resoluções de todos os desafios da edição anterior!
Desejando que tenhas gostado desta edição, esperamos pela tua colaboração no próximo ano letivo!

+ RESOLUÇÕES

Experimenta fazer 23 x 12 e 56 x 33



23 x 12= ?

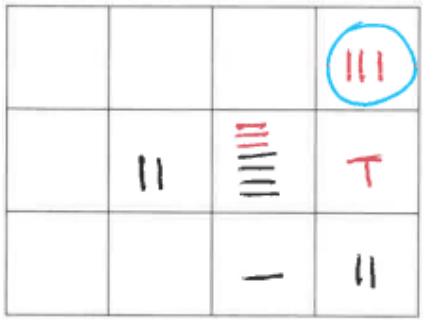
23

1.º passo.

2 × 1 = 2 (centenas)

2 × 2= 4 (dezenas)

12



2.º Passo: Desloca-se o multiplicador para a direita e faz-se

3 × 1 = 3 (dezenas)

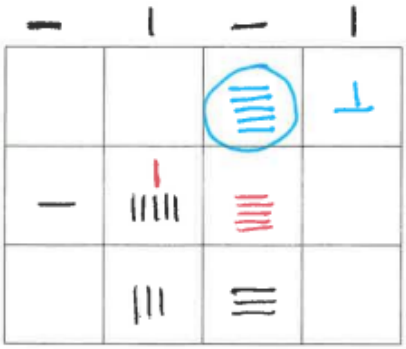
3 × 2 = 6(unidades)



Resultado : 276

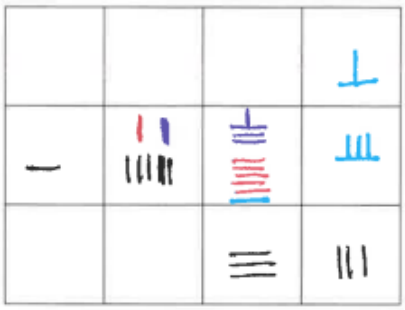
---

56 x 33 = ?



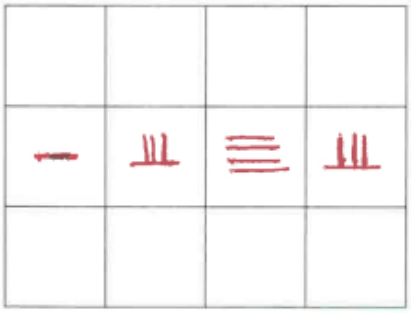
5 × 3 = 15 (centenas)

5 × 3 = 15 (dezenas)

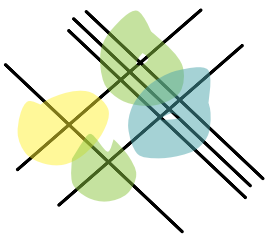


6 × 3 = 18 (dezenas)

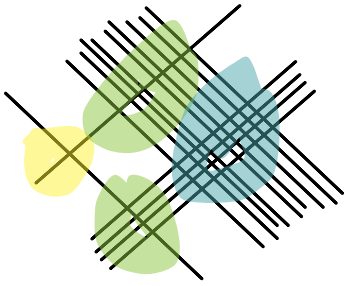
6 × 3 = 18 (unidades)



Resultado : 1848

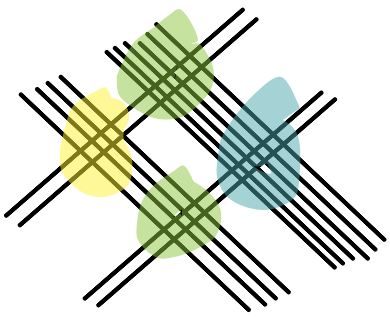


11 x 13 = 143



14 x 19 = 266

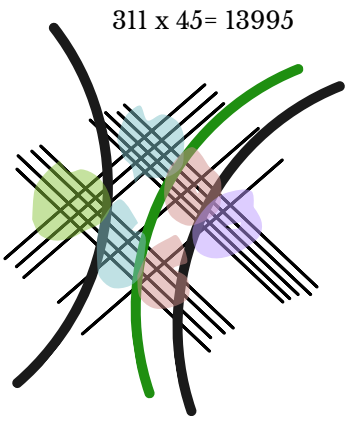
1 13 36 -->1 16 6 -->266



46 x 22 =1 012

8 (12+8) 12 --> 8 20 12 -->

8 21 2 --> 10 1 2



4x3=12
3x5 + 1x4=19
5x1 + 4x1=9
5x1=5

12 _ 19_ 9 _5
12+1_9_9_5
=13995

Os únicos números primos que terminam em 2 e 5 são 2 e 5. Nenhum número primo termina em 0.
Porque: **São divisíveis por 5**, pelo que têm pelo menos 3 divisores.

Brincando com palavras 1

Doublets- proposta de resolução de Carolina Sousa, 12.º D:

SOU --> SEU --> SEI --> LEI
TEM --> VEM --> VEZ --> VOZ
FIM --> SIM --> SOM --> SÓS
TEM --> TOM --> COM --> COR

CABE --> CABO --> CUBO --> TUBO -->TUDO
SEIS --> SEIO --> SELO --> SELA --> SEDA -->SEDE ---SETE
SETE --> SETA --> SELA --> VELA.
BOM --> BOA --> MOA --> MOR -->MAR-->MAU

COMBINATÓRIA

PROBLEMA 1

Dispondo as cinco letras da palavra ABRIL de todos os modos possíveis, podemos formar 120 palavras diferentes (por exemplo, RBLAI, RALIB, BARIL, LIBRA, etc.).
Se as escrevermos por ordem alfabética, qual é a última letra da que ocupa a 111.ª posição?

Resposta: **letra L**

A primeira palavra desta sequência é ABILR . Começadas por A temos 1 x 4 x 3 x 2 x 1 = 24
as seguintes começam por B e são 1 x 4 x 3 x 2 x 1 = 24
as seguintes começam por I e são 1 x 4 x 3 x 2 x 1 = 24
até aqui já temos 72 palavras
as seguintes começam por L e são 1 x 4 x 3 x 2 x 1 = 24
até aqui já temos 96
as próximas 24 começam por R:
Por RA -->RABIL, RABLI, RAIBL, RAILB, RALBI e RALIB --> 6 --> 102 palavras
Por RB --> outras 6 --> 108
Por RI --> outras 6 --> 114 -> é neste grupo que está a 111ª:
RIABL, RIALB, RIBAL
109ª , 110ª , 111ª

PROBLEMA 2

Escrevendo os números de 1 a 100, inclusive, quantos algarismos 1 utilizamos?
1, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91, 100 -->21
E de 1 a 1000? Passo 1: Contagem dos números de 1 a 999
Na posição das unidades--> 1, 11, 21, 31, ..., 991--> 100 vezes
Na posição das dezenas: --> 10, 11, 12, 13, ..., 19, 110, 111, 112, ..., 119, 210, 211, ..., 219, ..., 910, 911, ..., 919.
O algarismo "1" aparece em 10 números em cada centena (10 a 19, 110 a 119, ..., 910 a 919), e temos 10 centenas (de 0 a 9), então ele aparece 100 vezes nas dezenas.
Na posição das centenas -->apenas nos números entre 100 e 199 --> 100 vezes
Número 1000 --> 1 vez
Resultado Final : 301 algarismos 1

PROBLEMA 3

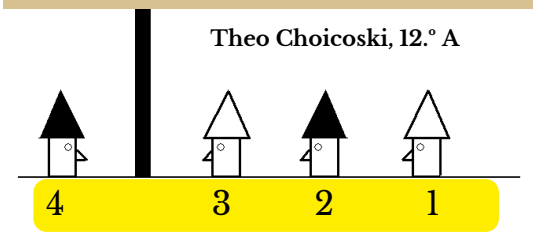
Considera todos os códigos formados por 4 algarismos.
Quantos destes têm os algarismos por ordem crescente, da esquerda para a direita?



Situação 1 - os quatro algarismos são diferentes
Só há uma sequência possível para cada grupo de quatro algarismos.
(exemplo: com 3, 6, 2 e 0 é o código 0236)
dado existirem 210 grupos com 4 algarismos, escolhidos de entre os 10 possíveis, temos 210 números nestas condições.
Situação 2 - um dos algarismos aparece repetido - existem 3 algarismos diferentes no código
Por exemplo, para os algarismos 1, 2 e 3 , os códigos possíveis são --> 1123 1223 1233
Há 3 códigos diferentes para cada grupo de três algarismos diferentes
Dado podermos formar 120 grupos de 3 algarismos diferentes, temos 360 códigos nas condições desejadas.
Situação 3 - o código tem apenas 2 algarismos diferentes
Por exemplo, para os algarismos 2 e 3, os códigos possíveis são 2233 2223 2333
Há, novamente, 3 códigos diferentes para cada grupo de dois algarismos diferentes
Dado podermos formar 45 grupos de 2 algarismos diferentes, temos 135 códigos nas condições desejadas.
Situação 4 - o código tem os algarismos todos iguais
Há 10 códigos: 0000, 1111, 2222, ..., 9999
Assim, o total de códigos que têm os algarismos por ordem crescente,
da esquerda para a direita é 210 + 360 + 135 + 10 = **715**

715

+ RESOLUÇÃO
PUZZLES LÓGICOS



Problema dos prisioneiros ou Problema dos chapéus

Era uma vez 4 prisioneiros. Serão libertados, se pelo menos um responder corretamente qual é a cor do chapéu que está usando. Os quatro prisioneiros sabem, apenas, que dois dos chapéus são brancos e dois são pretos e que foram colocados aleatoriamente nas suas cabeças.

Eles não se podem mexer nem conversar entre eles, nem conseguem ver a cor do seu próprio chapéu. No entanto, conhecem as posições que ocupam. Só podem falar para dar a resposta (cor do seu chapéu). Estão numa sala, com um muro, que deixa três de um lado e um do outro, conforme a figura sugere.

- O 1 vê o chapéu do 2 e do 3.
- O 2 vê o chapéu do 3.
- O 3 só vê a parede.
- O 4 só vê a parede.

Qual deles pode falar e resolver o problema?

Resolução

O número 1 pode ver o chapéu do 2 e do 3. Se fossem da mesma cor, ele já poderia deduzir que o dele seria da cor oposta. Como são de cores diferentes ele não pode concluir nada e portanto não se manifesta.
Como ele (n.° 1) permaneceu em silêncio, os outros prisioneiros podem concluir que ele está vendo chapéus de cores diferentes.

Dessa forma, o número 2 pode deduzir que seu chapéu tem uma cor diferente do chapéu do 3, que ele está vendo que é branco. Portanto, conclui que o chapéu na sua cabeça só pode ser o preto.

É o prisioneiro 2 que pode libertar todos eles!

Puzzles lógicos de R. Smullyan Ninguém pode dizer de si próprio que é mentiroso: se for mentiroso, estará a dizer a verdade, o que contraria o facto de ser mentiroso; se for verdadeiro, estará a mentir.

Problema 1

Uma pessoa que estava de passagem, encontra três habitantes da Ilha (*A*, *B* e *C*), e pergunta ao *A*:

" És Verdadeiro ou mentiroso?"

Não tendo compreendido a resposta dada por *A* , o forasteiro perguntou a *B*: "O que disse *A*?"

B respondeu: "*A* disse que é mentiroso".

Neste momento, *C* disse: "Não acredite no que *B* lhe está a dizer; ele está a mentir!"

Qual é a natureza de *B* e de *C*?

Proposta de resolução:

A frase "*A* disse que é mentiroso" não pode ser verdadeira porque ninguém pode dizer de si próprio que é mentiroso: se for mentiroso, estará a dizer a verdade, se for verdadeiro, estará a mentir.

Logo *B* está a mentir – *B* é mentiroso.

C afirma que *B* está a mentir, logo *C* está a falar verdade. *C* é verdadeiro.

(Não é possível saber a natureza de *A*)

Problema 2

Certo dia, um forasteiro encontra dois habitantes desta ilha, a Ana (A) e o Bruno (B), e obtém a seguinte informação de um deles, a Ana:

A: "somos ambos mentirosos"

Será que o forasteiro pode concluir quem é mentiroso e quem é verdadeiro?

Proposta de resolução:

A afirmação da Ana é uma conjunção de duas proposições, pelo que será verdadeira apenas se as duas proposições o forem. Mas, a Ana não pode dizer dela própria que é mentirosa, pelo que a afirmação da Ana é falsa - **a Ana está a mentir**.

A sua afirmação (FALSA) é uma conjunção de duas proposições. Sabemos que uma das proposições é falsa (o que a Ana diz), pelo que a a outra poderá ser verdadeira ou falsa: o Bruno poderá estar a dizer a verdade ou a mentir:

	A	B
Situação 1	M	V
Situação 2	M	M

Se a situação 2 fosse a correta, e a Ana afirmasse que eram ambos mentirosos, ela estaria a dizer a verdade, o que não corresponde à realidade, dado que a Ana está a mentir.

Assim, a solução correta é a situação 1:

A Ana é mentirosa e o Bruno fala a verdade.

<u>Noutra ilha</u>, os habitantes são de 3 tipos: verdadeiros, mentirosos ou normais. Os verdadeiros dizem sempre a verdade, os mentirosos mentem sempre e os normais umas vezes falam verdade e por vezes também mentem.

Problema 3

Um forasteiro encontra 3 habitantes desta ilha e tem a informação de que entre eles há um de cada tipo. Questionados sobre as suas naturezas respondem:

A: Eu sou normal

B: é verdade (o que disse *A*)

C: Eu não sou normal.

O que são *A*, *B* e *C*?

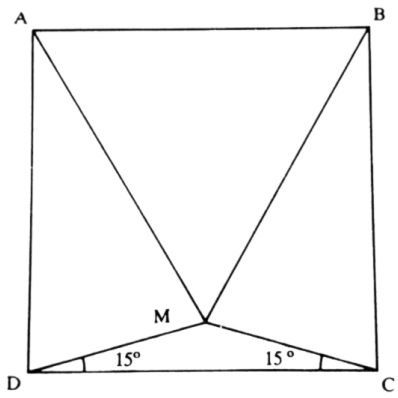
Proposta de resolução:

A não pode ser verdadeiro: dizendo sempre a verdade, não diria que é normal. Então *A* mentiu. *A* pode ser normal ou mentiroso. Mas *A* também não pode ser normal porque, estando a mentir, não diria que é normal. Logo *A* é mentiroso. Por este motivo, também está a mentir, visto dizer que *A* fala verdade. Logo *B* é mentiroso normal. Consequentemente, *C* é verdadeiro

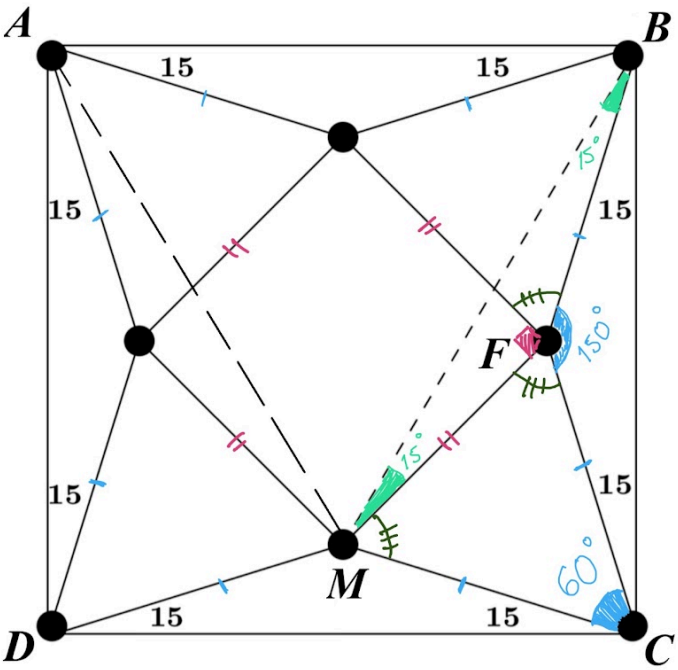
Assim, *A* é o mentiroso, *B* o normal (que está a mentir) e *C* é verdadeiro.

1) **No quadrado** (Aventuras matemáticas, Miguel de Gúzman)

No quadrado [ABCD], constrói o ponto M tal como se indica na figura, desenhando [MD] e [MC] com um ângulo de 15 ° em relação a [DC]. Demonstra que o triângulo [MAB] é equilátero.



O triângulo [MAB] é isósceles, por construção. Provemos que estes dois lados iguais são iguais ao lado do quadrado, o que conclui o pretendido.



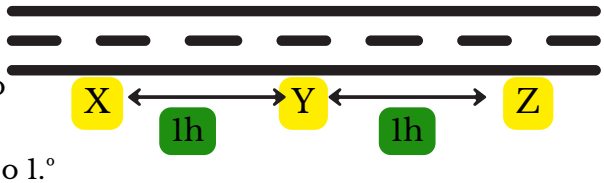
Etapas da construção:

- construir os outros 3 triângulos iguais ao triângulo [DMC] dado;
- unir dois a dois os vértices interiores, formando 4 triângulos iguais;
- estes triângulos são equiláteros.
- O quadrilátero interior é um quadrado atendendo aos ângulos: 360°-150°-2x60°=90°
- o angulo MFC mede 360°-60°-150°=150°
- logo os dois outros ângulos do triângulo [MFC], que são iguais, medem 15° cada um.
- Conclui-se que os triângulos [ADM] e [MFC] são iguais.
- Logo o comprimento do lado [MC] é igual ao comprimento do lado do quadrado.

2) **Em viagem**

Timóteo sai de Paris, viajando a velocidade constante.
Passa por um marco que contém dois algarismos. Uma hora depois passa por outro marco, contendo os dois os mesmos algarismos, mas numa ordem inversa.
Uma hora depois passa por um terceiro marco, contendo os mesmos algarismos, separados por um zero. Qual é a velocidade a que vai?





Notas:

- Os algarismo do 1.º marco não podem ser iguais (após uma hora, o número seria o mesmo?!)
- a < b, caso contrário, o 2.º marco teria um número menor do que o 1.º

número do 1.º marco : X = ab = 10a + b
número do 2.º marco: Y = ba = 10b + a
número do 3.º marco: Z = a0b = 100a + b

Sabemos que Y-X=Z-Y,
dado que decorreu uma hora entre a passagem nestes marcos e a velocidade é constante

Assim,
10b+a -(10a+b)=100a+b-(10b+a)
daqui resulta:

b=6a

se a=1, b=6
se a=2, b=12 --> o que é impossível porque b é um algarismo
Assim a=1 e b=16
Os marcos mostram os números 16, 61 e 106. Entre estes vão 45 km e esta é a velocidade a que circula o Timóteo

(Berloquin, Pierre, 100 jogos numéricos, Gradiva)

R: 45 km/h

3) **O avô e o neto** (Matemáticas recreativas, Y. Parelman)

O que vou contar sucedeu em 1932.
A minha idade nesse ano era expressa pelo número formado pelos dois últimos algarismos do ano em que nasci.
Ao dar conhecimento ao meu avô desta coincidência, ele deixou-me perplexo ao dizer-me que, com a idade dele, acontecia o mesmo. Isso pareceu-me impossível!

- *Pois é perfeitamente possível. - o meu avô demonstrou-mo.*

Quantos anos tinha cada um de nós?

Resolução

À primeira vista pode parecer que avô e neto têm a mesma idade, o que seria absurdo, mas não é isso que acontece.
O neto nasceu, evidentemente, no século XX. Os primeiros algarismos do ano do seu nascimento são 1 e 9.
Para que a idade do neto, em 1932, coincida com os dois últimos algarismos do ano em que nasceu é necessário que a diferença entre esses dois anos seja exatamente igual a esses dois algarismos, isto é: 32 - $x = x$. Assim, facilmente se conclui que o neto tinha 16 anos.
O ano de nascimento do neto é 1916 e em 1932 tinha 16 anos.
Já o avô, a quem aconteceu o mesmo, terá de ter a mesma característica, com a diferença que ele terá nascido antes de 1900, ou seja no século XIX. Os primeiros algarismos do ano do seu nascimento são 1 e 8. O dobro do número expresso pelos restantes algarismos deve ser igual a 132 (ou 32 + (100 - n) = n). Isso quer dizer que o seu valor é igual a metade desse número, ou seja, 66. O avô nasceu em 1866 e em 1932 tinha 66 anos.
Desta forma, em 1932, cumprem-se os requisitos do problema:

- o avô tinha **66** anos, tendo nascido em 18**66**
- e o neto tinha **16** anos, tendo nascido em 19**16.**

---

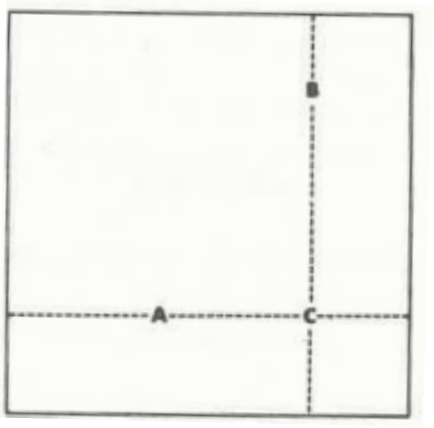
4) Qual é o mais alto?

Um general tenta escolher um cozinheiro de entre 625 voluntários.
Manda-os formar num quadrado de 25 filas (horizontal) e 25 colunas (vertical).

Manda sair o mais alto de cada coluna e escolhe o mais baixo de entre eles.
Depois muda de ideias. Fá-los regressar aos respetivos lugares, manda sair o mais pequeno de cada fila e escolhe o maior de entre eles.
Sendo diferentes os dois cozinheiros escolhidos, qual deles é o mais alto?

Resolução

Designemos por A o primeiro cozinheiro e por B o segundo. Se A e B estão na mesma fila, A é o mais alto.
Se A e B estão na mesma coluna, B é o mais baixo.
Se se encontram em filas e colunas diferentes, designemos por C o soldado que está no cruzamento da fila de A e da coluna de B. A é mais alto do que C e B é mais baixo do que C.
A > C e C > B, donde A > B
A é sempre mais alto do que B



(100 jogos lógicos, Pierre Berloquin)

POR AGORA É TUDO!

ESPERAMOS PELAS TUAS RESOLUÇÕES E SUGESTÕES!