Agrupamento de Escolas Domingos Sequeira

EDIÇÃO 03 ANO 3 MAIO 2025

+MAT

Jornal de Matemática

Direção e Edição de:

Rosa Bértolo e Carla Nunes

Nesta Edição

Matemática e a Arte na Arquitetura

Curiosidades - Constantes de Kaprekar

Combinatória - número de divisores

Jogo - "Arranha-céus"

Estatística - Trabalhos de alunos do 10.º ano

Distâncias inacessíveis - Trabalhos de alunos do 10.º ano

Notícias

Desafios

Sugestões

Resoluções dos desafios da edição anterior

"A Geometria existe por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la."
Johannes Kepler

A Geometria na Arquitetura



Com forma de um prisma triangular, encontramos as emblemáticas casas com telhados de colmo em Santana, na Ilha da Madeira.



Honey Bee Hive House, projeto de um arquiteto polaco, no Leste de Jerusalém.



Upside-Down House, em Trassenheide, na Alemanha



Biblioteca pública, em Nice, França. A escultura tem 30 metros de altura, tendo o cubo 14 m de aresta.



Dunedin, Nova Zelândia; a rua onde esta casa se encontra (Baldwin Street) teve, até 2019, o recorde mundial do Guinness para a rua mais íngreme do mundo.



Casa Cubo, em Roterdão, nos Países Baixos - cada uma destas casas tem um ângulo de 55°.



Heydar Aliyev Center, em Baku, Azerbaijão. A arquiteta baseava-se em algoritmos para criar formas digitais que se tornavam em formas arquitetónicas.



Ópera de Sidney, na Austrália. Estilisticamente, procura o movimento, a curva, insurgindo-se contra a ortogonalidade.

Brasília, a cidade geométrica



Os arcos parabólicos da Ponte JK lembram o movimento de uma pedra saltando na superfície da água.



As cúpulas côncavas e convexas representam a reflexão e a discussão de ideias do Palácio do Congresso Nacional.



A cúpula do Museu Nacional, com o seu formato semiesférico lembra uma nave espacial.



O Estádio Nacional de Brasília apresenta vários anéis circulares internos.



Na Catedral de Brasília destacam-se os seus dezasseis pilares em forma de bumerangue

+ CURIOSIDADES

O que são Números de Kaprekar?

Um número de Kaprekar, numa determinada base, é um inteiro não-negativo, tal que a representação do seu quadrado nessa base pode ser dividida em duas partes que somadas permitem obter o número original (ao dividir o número cujas partes se vão adicionar, devemos deixar a parte mais longa à direita).
Por exemplo, **297** é um número de Kaprekar porque

$297^2 = 88\,209$ e **88+209=297**

88209 tem um número ímpar de algarismos. Nesta definição, devemos deixar a parte mais longa à direita: 88 +209 (e não 882+09).

Devido a esta regra, 10 não é um número de Kaprekar (100 => 10+0=10, far-nos-ia concluir, erradamente, que estaríamos perante um número de Kaprekar).

n	n^2	Soma	S=n
1	1	0+1=1	SIM
2	4	0+4=4	não
3	9	0+9=9	não
4	16	1+6=7	não
5	25	2+5=7	não
6	36	3+6=9	não
7	49	4+9=13	não
8	64	6+4=10	não
9	81	8+1=9	SIM
10	100	1+00=1 (*)	não
11	121	1+21=22	não
45	2025	20+25=45	SIM
55	3025	30+25=55	SIM
65	4225	42+25=67	não
99	9801	98+01=99	SIM
297	88209	88+209=297	SIM
703	494209	494+209=703	SIM

Os primeiros números de Kaprekar são 1, 9, 45, 55, 99, 297, 703, 999, 2223, 2728, 4950, 5050, 7272, 9999, 17344, 22222, 77778, 82656, ...,

Número de divisores

Quantos divisores tem o número 24, por exemplo?
Começamos por fatorizar 24 em fatores primos $24 = 2^3 \times 3$

Os fatores são: $1,\ 2,\ 2^2,\ 2^3,\ 1\times 3,\ 2\times 3,\ 2^2\times 3,\ 2^3\times 3$

O que pode ser visto da seguinte forma:

$$2^0\times 3^0, 2^1\times 3^0,\ 2^2\times 3^0,\ 2^3\times 3^0,\quad 2^0\times 3^1, 2^1\times 3^1,\ 2^2\times 3^1,\ 2^3\times 3^1$$

Ou seja, os fatores são da forma $2^k \times 3^t$, com $k \in \{0,1,2,3\}$ e $t \in \{0,1\}$.

Assim, 24 tem 8 divisores

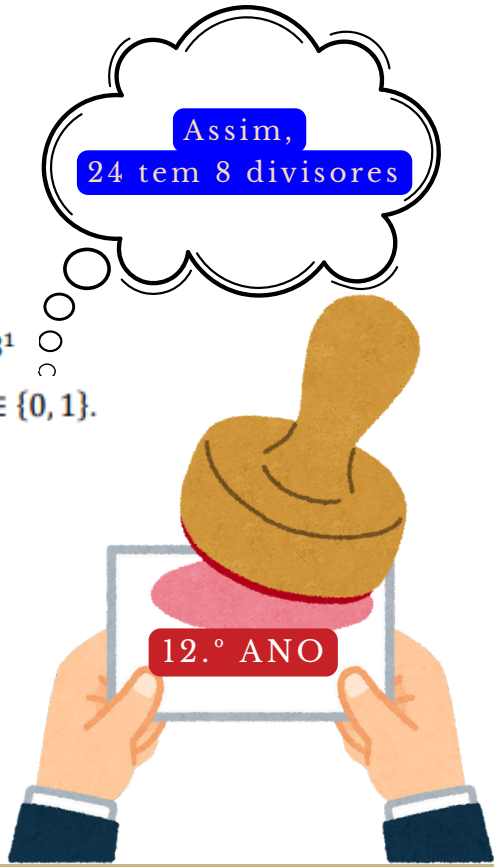
E o número 720?

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ logo 720 tem $5\times 3\times 2 = 30$ divisores

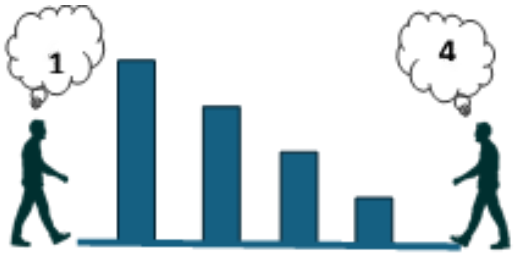
De um modo geral, se

$n = a^r \times b^s \times c^t$, com a, b, c números primos,

podendo ter mais fatores primos, na sua fatorização, além destes três, o número de divisores do número é dado por $(r+1)\times(s+1)\times(t+1)$

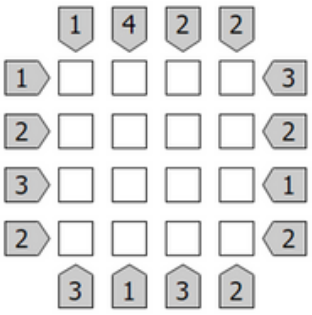


Jogo do Arranha-céus



Este jogo consiste num puzzle lógico e joga-se numa grelha 4x4.
As regras são simples.
O objetivo é posicionar 16 arranha-céus na grelha, um em cada quadrado da grelha; a altura dos arranha-céus é de 1 até 4 (quatro de cada uma). O preenchimento da grelha tem de cumprir as seguintes regras:
- em cada linha e em cada coluna têm de estar 4 arranha-céus de alturas 1, 2, 3 e 4.
- não se pode ter dois arranha-céus com a mesma altura na mesma linha ou coluna.
- os números que estão dos lados, em cima e em baixo da grelha indicam quantos arranha-céus uma pessoa conseguiria ver se estivesse nessa posição a olhar para essa fila/coluna de arranha-céus (lembrar que estes números vão de 1 a 4)

A figura ao lado mostra um exemplo de uma grelha para preencher e que iremos jogar.



Breve explicação dos números laterais:
Na primeira linha de cima, por exemplo, uma pessoa colocada à esquerda vê à sua frente 1 prédio, apenas, e outra que esteja à direita vê 3. Isto explica os dois números nas extremidades da linha.
Na 2ª coluna da esquerda, as extremidades têm os números 4 e 1: isto significa que a pessoa de cima vê 4 prédios à sua frente e a de baixo vê apenas 1.

Algumas notas prévias:

1) Supõe que a posição dos arranha-céus é a da figura acima. Alguém colocado do lado esquerdo vê apenas o prédio mais alto (vê 1 prédio) e alguém do lado direito vê os 4 prédios. Ver 1 e ver 4 prédios dá esta situação obrigatoriamente. É o que se verifica na 2ª coluna do jogo.

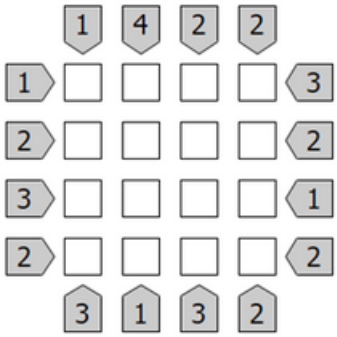
2) Se a pessoa da esquerda vir 3 prédios. Podes de imediato concluir que o prédio de 4 metros não pode ser o primeiro nem o segundo, porque iria esconder os prédios mais baixos.

3) Uma pessoa à esquerda e outra à direita podem ver ambas 3 prédios? Claro que não, visto que para cada uma delas o prédio de 4 tem de ser o 3.º ou o 4.º, o que não nos dá uma situação possível.

4) A pessoa da esquerda pode ver 3 prédios e a da direita 2?
Pela da esquerda, o prédio mais alto tem de ser o 3.º ou o 4.º. Mas, se fosse o 4.º, quem estivesse à direita só veria esse prédio, o que não acontece, porque vê 2. Logo, o 4 tem de ser o 3.º da esquerda.
À direita pode estar qualquer um dos prédios que faltam (a pessoa verá 2 prédios).
À esquerda pode estar 1 2 4 ou 2 3 4.
Neste caso temos 2 soluções possíveis para essa linha:
1 2 4 3 ou 2 3 4 1.

Há outras situações especiais que deverás identificar!

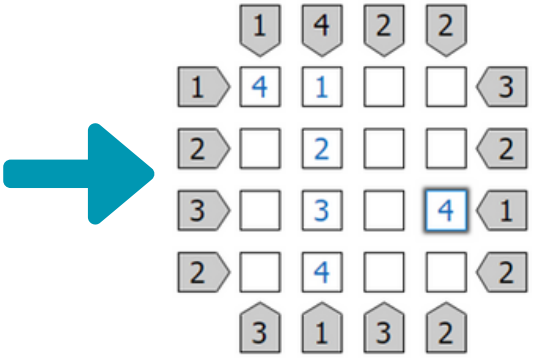
Vamos jogar!

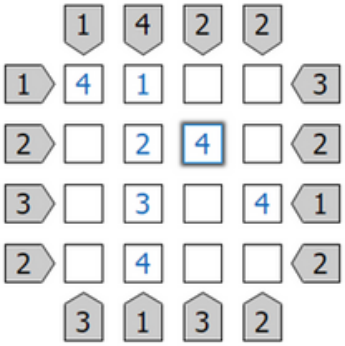


Podemos preencher já algumas casas:

· Quem vê 1 prédio vê o de 4 metros

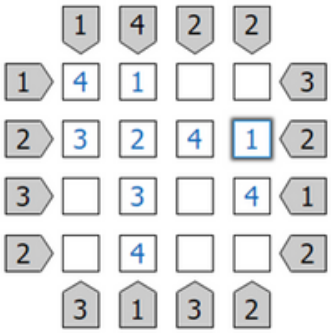
· Se alguém vê 4 prédios (todos) estes têm de estar por ordem crescente de alturas.





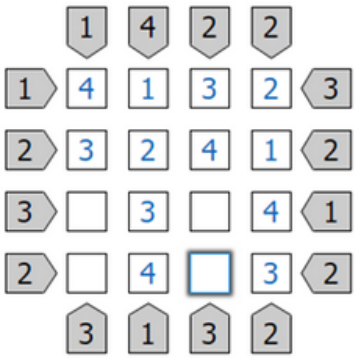
<u>Na 2ª linha</u> (de cima):

- falta colocar um prédio de 4 m, que será obrigatoriamente na 3ª coluna;
- faltam o 1 e o 3:
  - se colocássemos o 1 no 1.º lugar, a pessoa que está à esquerda veria 3 edifícios, o que não se verifica;
  - assim, esta linha terá de ser 3 2 4 1.



<u>Na 4ª coluna</u>:

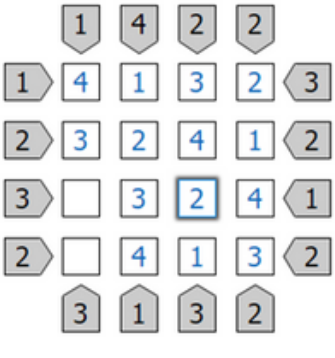
- falta colocar o 2 e o 3 e a ordem parece indiferente, se pensarmos que quem está em cima e quem está em baixo vê 2 prédios.
  - se a coluna fosse, de cima para baixo, 3 1 4 2, a 1ª linha terminaria em 3, e alguém colocado à direita só veria 2 prédios, o de 3 m e o de 4m. Não é isto que sucede;
  - logo a 4ª coluna terá de ser 2 1 4 3



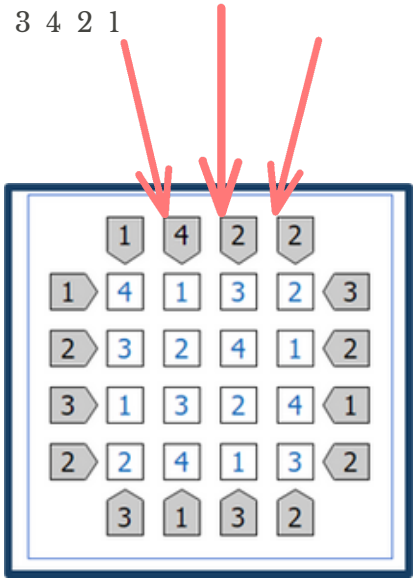
<u>Na 1.ª linha</u> fica apenas um elemento em falta: o 3.

<u>Na 3.ª coluna</u>:

- a pessoa de baixo vê 3 prédios, um deles é o 4, e falta colocar apenas dois números: 1 e 2. Assim, esta coluna terá de ser 3 4 2 1

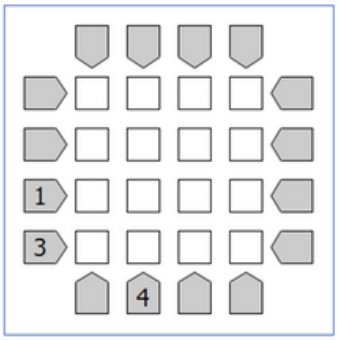


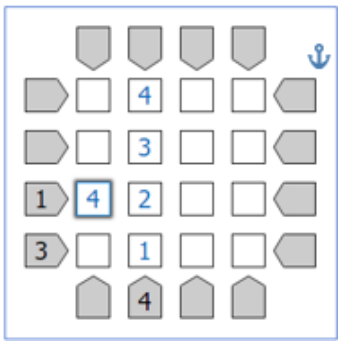
O jogo está praticamente feito porque basta completar as duas últimas linhas com o elemento que lhes falta.



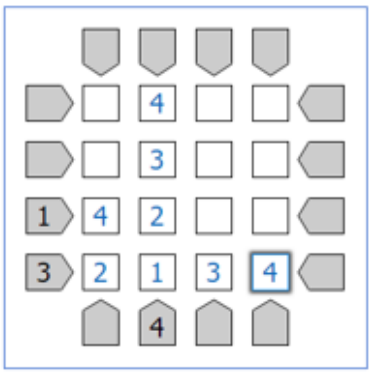
Vamos jogar outro jogo

Neste jogo há menos informação, mas ainda se faz bem:

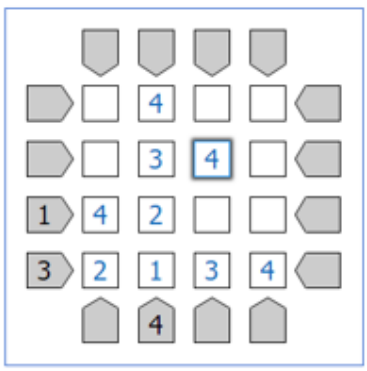




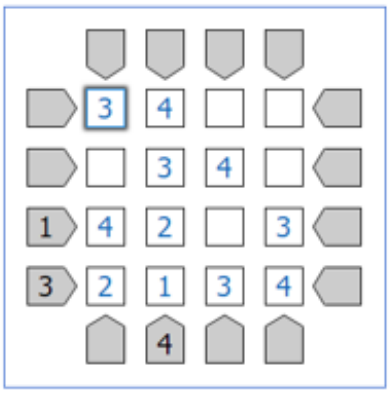
À semelhança do anterior vamos preencher a coluna referente ao 4 e a célula correspondente ao 1



Na linha de baixo, os números em falta são 2, 3 e 4.
Para que a pessoa da esquerda veja 3 prédios, a linha terá de ser 2 1 3 4.
Já colocámos três 4. O quarto 4 será colocado ao estilo do sudoku: na 3ª coluna, na 2ª linha de cima.

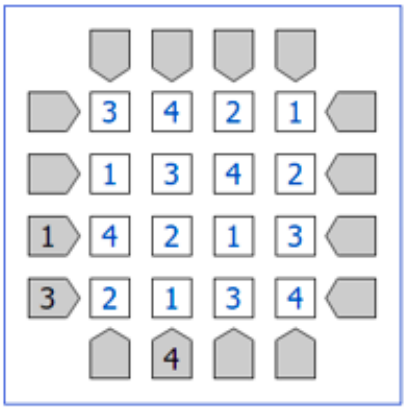


Agora vamos colocar os 3:
Não podem ficar na 2ª linha (de cima) nem na 3ª coluna visto que já lá está.
Assim: na 3ª linha terá de ficar à direita e na 1ª coluna na casa de cima



O jogo está praticamente concluído porque basta completar as linhas e colunas com o elemento que lhes falta:

- 3.ª linha(1)
- 1.ª coluna(1)
- 2.ª linha(2)
- 3.ª coluna(2)
- 1.ª linha(1)





Pede na biblioteca da tua escola uma folha com jogos para fazeres nas férias!

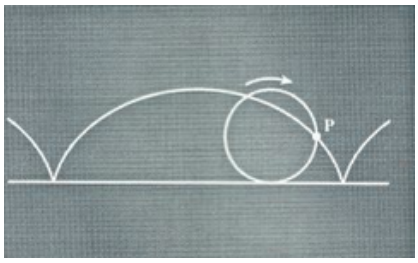
A CICLÓIDE - A HELENA DA GEOMETRIA

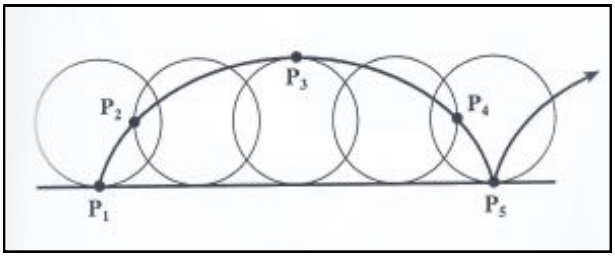
Pela enorme quantidade de matemáticos que estudaram a curva, a cicloide ficou conhecida como "A Helena da Geometria", em alusão à Helena de Tróia, cuja mitologia preconiza ser a mulher mais bonita da Grécia.

O responsável pela divulgação da cicloide foi Galileu, no séc. XVI.

O século XVII foi um período de grande interesse pela matemática da mecânica e do movimento, o que poderá explicar a atenção entusiástica dispensada à ciclóide.

A ciclóide é definida como a curva descrita por um ponto fixo de uma circunferência que gira, sem escorregar, ao longo de uma linha reta.





Eis algumas das propriedades da ciclóide, descobertas durante o século XVII:

- O seu comprimento é quatro vezes o diâmetro da circunferência que a gera.

- A área delimitada pelo arco é o triplo da área do círculo que roda.

- O ponto da circunferência que descreve a ciclóide assume diferentes velocidades - na realidade, há mesmo um local, P5, em que se encontra em repouso.

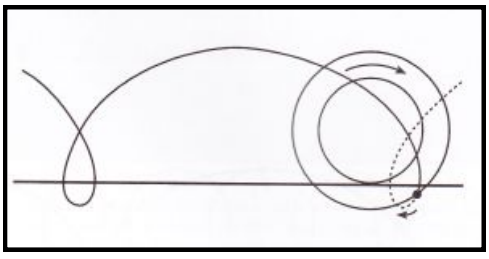
Na figura 2, tem-se que cada circunferência representa um quarto de volta da circunferência em rotação. O comprimento do quarto de volta entre P1 e P2 é muito menor do que entre P2 e P3. Consequentemente, o ponto aumenta a sua velocidade entre P2 e P3, uma vez que deve percorrer um comprimento maior no mesmo intervalo de tempo.

O ponto permanece em repouso nos locais em que inverte o sentido do movimento.

Há muitos paradoxos fascinantes explicados pela ciclóide.

O paradoxo do comboio é especialmente intrigante.

«Em qualquer momento, um comboio em movimento nunca se desloca inteiramente no sentido em que está a ser puxado pela máquina. Há sempre algumas partes que se movem no sentido oposto ao do resto do comboio».



A figura mostra que há sempre uma parte do comboio que se move para trás, enquanto o comboio se desloca para a frente.

A ciclóide é uma das muitas curvas fascinantes da matemática.

+ ESTATÍSTICA

> *"Estatística: a ciência que diz que se eu comi um frango e tu não comeste nenhum, teremos comido, em média, meio frango cada um."*
> *Dino "Pitigrilli" Segrè*

Trabalhos de alunos

Os alunos das turmas 10.º C e 10.º G demonstraram empenho e dedicação na disciplina de Matemática.

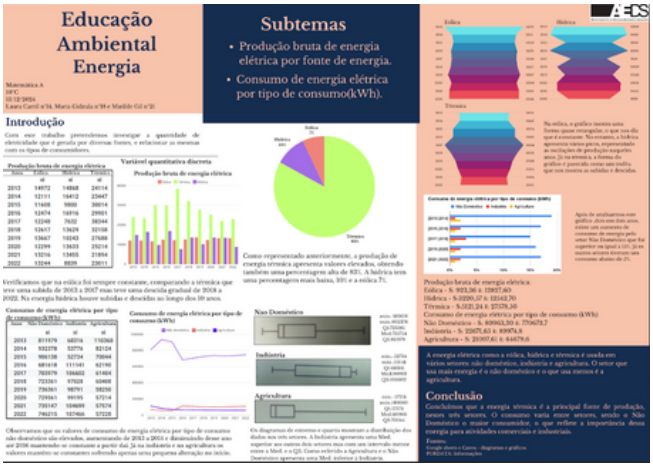
Com espírito crítico e criatividade, os alunos envolveram-se ativamente no desenvolvimento de trabalhos que foram além da simples resolução de exercícios, refletindo uma compreensão mais profunda dos conteúdos abordados.

Embora nem todos os trabalhos sejam aqui apresentados, foi realizada uma seleção representativa dos mesmos, com base na qualidade, originalidade e clareza das ideias expostas. Esta seleção, ainda que parcial, permite afirmar com segurança que, de um modo geral, os trabalhos elaborados pelas duas turmas se destacaram positivamente.

As apresentações dos trabalhos à turma revelaram a capacidade dos alunos para aplicar os conhecimentos adquiridos em situações concretas, comunicar raciocínios matemáticos de forma estruturada e colaborar eficazmente em grupo.

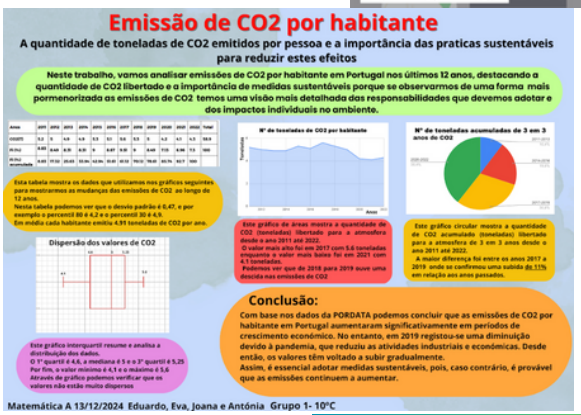
É de salientar também o cuidado estético e organizacional de vários trabalhos.

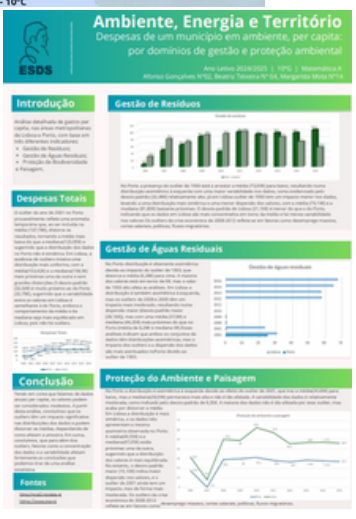
Diversificar os meios de avaliação contribui para reforçar o gosto pela Matemática e demonstrar o talento presente na nossa escola.











Parabéns a todos os alunos envolvidos!

Professora Lúcia Casalta

+ DISTÂNCIAS INACESSÍVEIS

Professor Manuel Marques

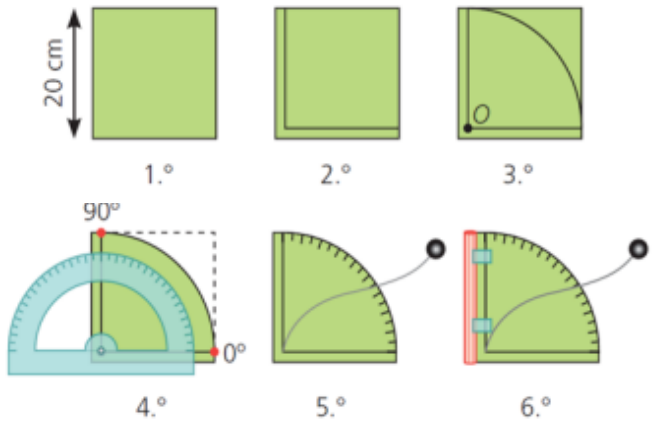
Quadrante

O quadrante é um instrumento náutico antigo, com a forma de um quarto de círculo graduado de 0 a 90 e um fio de prumo no centro.

Há mais de quinhentos anos, era utilizado por astrónomos e navegantes portugueses para medir a altura de astros (expressa sob a forma de ângulo), com o objetivo de calcular a latitude que indicava a posição da embarcação no mar.

Como construir um quadrante?

1. Recortar um quadrado em cartão grosso com 20 cm de lado.
2. Com uma régua, deixar uma margem de 1 cm em dois lados adjacentes.
3. Traçar um quarto de circunferência de centro em O e com 19 cm de raio.
4. Com o transferidor, graduar o quadrante (de 0 a 90, de 5 em 5). Depois, recortar o cartão.
5. Furar o cartão no ponto O e prender um fio de 30 cm de comprimento, com um peso na ponta.
6. Cortar uma palhinha e fixá-la com fita-cola no lado dos 90.



Trabalhos de alunos

Distâncias inacessíveis

Nos dias 19 e 20 de maio de 2025, no âmbito do módulo OP11 – Distâncias inacessíveis, os alunos da turma B do 1.º ano do curso de Técnico de Eletrónica, Automação e Computadores foram desafiados para criar um quadrante e medir uma distância inacessível no espaço escolar.

Conforme preconizado pelas novas Aprendizagens Essenciais de Matemática dos Cursos Profissionais, uma das possíveis ações estratégicas do ensino do professor consiste em "Propor aos alunos a elaboração de um projeto de determinação de uma distância inacessível, usando instrumentos adequados de medição, ainda que rudimentares e construídos pelos alunos". Na semana anterior, os alunos organizaram-se para reunir o material necessário para a realização da atividade: cartolinas, tesouras, réguas, transferidores, compassos, fio, porcas, palhinhas e fitas métricas. No dia 19, durante uma aula, foram constituídos grupos de trabalho e cada interveniente construiu o seu quadrante, seguindo as instruções do guião fornecido pelo professor.

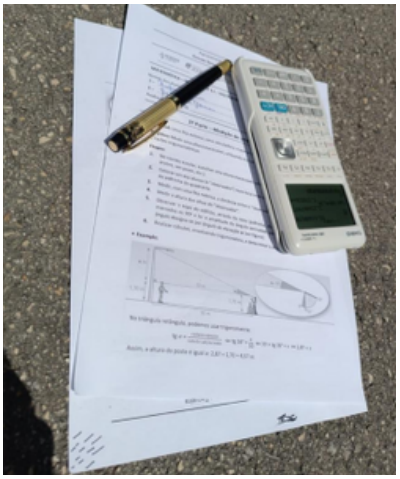




No dia seguinte, os alunos receberam um segundo guião com as orientações necessárias para medirem uma distância inacessível, usando os quadrantes. Uns escolheram medir a altura do bloco A, outros optaram pelo bloco B, e ainda uma árvore e uma porta de grandes dimensões. Para além de terem de desenhar um esboço da situação explorada e de efetuarem cálculos envolvendo trigonometria, cada aluno escreveu um pequeno relatório.










Globalmente, todos gostaram desta aula diferente, fora da sala de aula, em que aprenderam que era possível determinar distâncias inacessíveis, usando os conhecimentos adquiridos nas aulas de Matemática e recorrendo a um instrumento de simples construção.

Competições nacionais de Ciência





No dia 2 de maio, realizaram-se as Competições Nacionais de Ciência 2025, na Universidade de Aveiro.

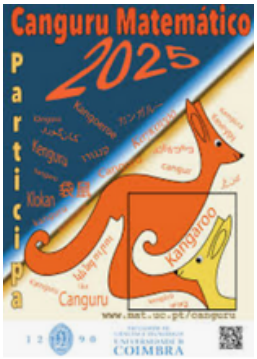
A dupla de alunos Lourenço Passadouro e Tiago Henriques, do 12.º A, ganharam o 2.º prémio da competição Xeqmat 12, prova de Matemática.

Estes alunos já tinham ganho o 1.º prémio da prova, no ano letivo passado, mas este ano a concorrência foi mais "feroz".



De realçar o ambiente de entreajuda e satisfação demonstrada pelos nossos alunos. Para alguns, que se encontram no 12.º ano, foi o culminar de 3 anos de participações, com dedicação e entusiasmo. Para os alunos do 10.º ano que aceitaram o desafio, foi o início de uma caminhada que reflete o gosto pela ciência e pela aprendizagem. Parabéns a todos, e, em especial à equipa vencedora do 12.º ano, que ganhou um ano de propinas pagas na Universidade de Aveiro.

Canguru Matemático

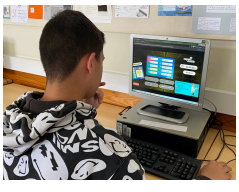


Este ano o número de participantes quase duplicou relativamente ao ano passado. Concorreram 291 alunos do AEDS, sendo 157 da categoria mini-escolar (do 2.º ao 4.º ano), 82 da categoria escolar (5.º e 6.º anos), 41 da categoria júnior (10.º e 11.º anos) e 11 da categoria estudante (12.º ano).

Aguardamos pelos resultados nacionais.

SuperTmatik

A grande Grande Final Online decorreu entre os dias 1 e 16 de maio. Os finalistas Camila Nascimento (7.º G), Júlia Santos (7.º F), Filipe Valente (8.º B) e André Nogueira (9.º G), aguardam ansiosamente pelos resultados.





Contamos com a tua participação em futuros eventos!!

Prémio Pedro Matos 2024

Está a decorrer a candidatura ao concurso **Prémio Pedro Matos 2025**, do qual demos a informação na edição anterior.
A entrega de prémios deste concurso decorre em julho, durante o Mat-Oeste, posteriormente à última edição do ano letivo em causa, motivo pelo qual os resultados do concurso de 2024 não foram noticiados em nenhuma edição do +MAT do ano (letivo) passado.
O Instituto Politécnico de Leiria (IPL) reconheceu, pelo 5.º ano consecutivo, o mérito dos alunos do Agrupamento de Escolas Domingos Sequeira, em particular os do ensino secundário. Em 2024, o tema foi "**Matemática em Movimento**"; a comunidade escolar foi desfiada a refletir sobre a Matemática como uma ferramenta dinâmica e poderosa. A iniciativa procurou destacar a capacidade da Matemática em descrever e analisar o movimento e a evolução dos fenómenos de diferentes naturezas, além de sensibilizar o público para a sua presença em todos os aspetos relacionados com o movimento.

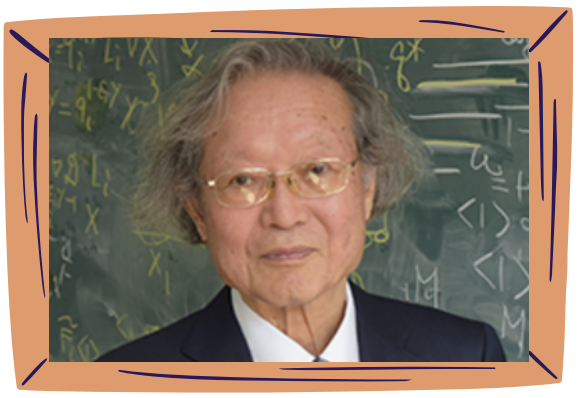
No concurso de 2024, 16.ª edição, o projeto "**Matemática: Uma abordagem aos motores**" desenvolvido pelos alunos **Leonardo Lopes, Rui Silva e Tomás Frazão, da turma 10.ºB**, sob a orientação da professora Paula Alexandra Freitas, conquistou o honroso **2.º lugar, a nível** nacional (na imagem).



Parabéns, a todos os participantes, em especial aos alunos premiados.

+Notícias

Matemático japonês Masaki Kashiwara recebe o Prémio Abel 2025.



Oslo, 27/3/2025 - a Academia Norueguesa de Ciências e Letras concedeu o Prémio Abel 2025 ao professor da Universidade de Quioto, no Japão, Masaki Kashiwara, nascido a 30 de janeiro de 1947.

Kashiwara lembra, com carinho, de como a sua paixão pela álgebra (ramo da Matemática) surgiu durante a escola, ao resolver um problema chamado Tsurukamezan, que «envolvia calcular o número de gruas e tartarugas a partir do total de cabeças e de pernas. Fiquei encantado com a ideia de generalizar métodos para resolver qualquer problema. Desde então, continuei a explorar novas abordagens e a criar soluções para questões matemáticas complexas", afirmou.
O prémio Abel é um prémio de Matemática atribuído anualmente pelo Rei da Noruega. Foi instituído em 2002, por ocasião do bicentenário do matemático norueguês Niels Henrik Abel (1802-1829), e tem um valor monetário de cerca de 800 000€.

(www.abelprize.no norway.no/pt/brasil/noruega)

"A beleza da Matemática só se mostra aos seguidores mais pacientes".

Maryam Mirzakhani

1) Número de bilhetes

A escola de Odete vai realizar uma angariação de fundos, vendendo rifas. A turma dela ficou responsável por vender os bilhetes de 2 000 até 9 999.



Desses bilhetes, o professor Júlio comprou todos nos quais o algarismo 3 aparecia exatamente três vezes.

Depois da compra, o professor deu à Odete todos os bilhetes que comprou cuja numeração tinha algum algarismo 0.

Com quantos bilhetes ficou o professor Júlio?

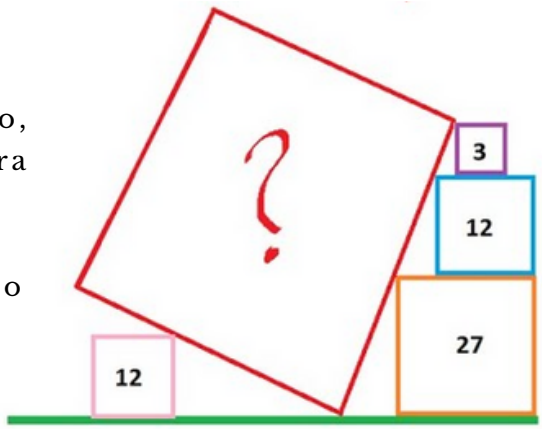
ONEM 2010 – Adaptado

2) Calcula a área do quadrado vermelho

Na figura estão, para além do quadrado vermelho, outros 4 quadrados, posicionados como a figura sugere, com áreas 3, 12, 12 e 27.

O quadrado de área 3 está colocado sobre o quadrado de área 12, centrado neste.

Qual é a área do quadrado vermelho?



https://notes.mathforge.org/notes

3) 2=1 Onde está o erro?

Sejam a e b dois números reais, sendo ambos diferentes de zero.
Suponhamos que $a = b$.
Então, se $a = b$, multiplicando os dois lados da igualdade por a temos: $a^2 = ab$

Subtraindo b^2 dos dois lados da igualdade temos: $a^2 - b^2 = ab - b^2$

Aplicando a diferença de quadrados, temos: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Colocando b em evidência do lado direito temos:

$$(a - b)(a + b) = b(a - b)$$

Dividindo ambos os membros por $(a - b)$ temos:

$$a + b = b$$

Como no início dissemos que $a = b$, então no lugar de a podemos colocar b.
Ficamos com: $b + b = b$, ou seja, $2b = b$.

Finalmente, dividindo ambos os membros por b chegamos à conclusão:

$$2 = 1$$

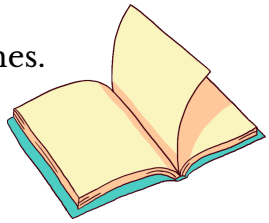
Obviamente que esta demonstração possui um erro, pois todos nós sabemos que 2 não é igual a 1 (ou alguém tem alguma dúvida?)!

https://www.youtube.com/watch?v=OJ8Cbtby_XE

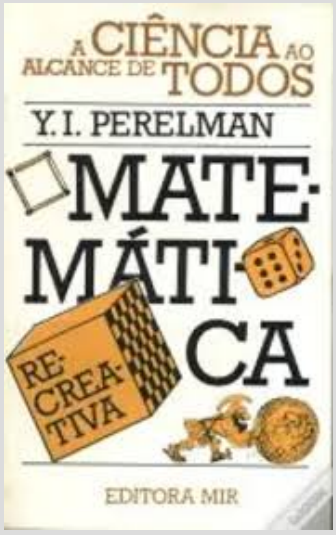
+ Sugestões

Quase a finalizar esta edição, deixamos-te algumas sugestões de leituras e de filmes.
Os dois filmes sugeridos podem ser vistos também online.
Se tiveres interesse, contacta a BECRE.

Envia-nos os teus comentários.



Livros



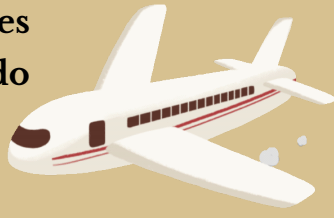


Filmes





Por agora, é só!
Mas não terminamos esta edição sem antes apresentarmos as resoluções de todos os desafios da edição anterior! Desejando que tenhas gostado desta edição, esperamos pela tua colaboração na próxima edição!
Há prémios para as participações mais criativas.



+DESAFIOS - RESOLUÇÃO

"A ciência nunca resolve um problema sem criar, pelo menos, outros dez." *Bernard Shaw*

1) Quantas girafas e quantas avestruzes?

(Ah, descobri!, Martin Gardner)

Antes de saírem do parque, Bob e Helen atravessaram o Jardim zoológico.
Numa jaula viram uma mistura de girafas e de avestruzes.

Depois de terem saído, Bob falou com Helen:
B: Contaste as girafas e as avestruzes?
H: Não, quantas eram?
B: Descobre tu. Ao todo, tinham 30 olhos e 44 pés.



Resolução:
x girafas e y avestruzes têm $2x + 2y$ olhos e $4x + 2y$ pés.
Assim, $2x + 2y = 30$ e $4x + 2y = 44$, o que nos dá $x = 7$ e $y = 8$.
A resposta é 7 girafas e 8 avestruzes

3) Desafios lógicos — Na Selva R. Smullyan

- O Leão (L) mente às Segundas, Terças e Quartas, dizendo sempre a verdade nos outros dias.
- O Unicórnio (U) mente às Quintas, Sextas e Sábados, dizendo sempre a verdade nos outros dias.



Problemas

1) Edição 1

Numa ocasião, a Alice encontrou o Leão sozinho. Ele fez as seguintes afirmações:
- "Ontem foi dia de eu mentir"
- "Vou mentir daqui a 3 dias "

Em que dia da semana estamos?

Resolução

	Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab
Leão	V	M	M	M	V	V	V

A frase "ontem foi dia de eu mentir" podia ter sido proferida pelo Leão à segunda ou à quinta-feira.

A frase "Vou mentir daqui a 3 dias " só não poderia ter sido proferida pelo Leão à quinta-feira

Logo, é segunda-feira.

2) Edição 2

Numa ocasião, a Alice encontrou o Leão e o Unicórnio que lhe disseram:
U: Ontem foi dia de eu mentir.
L: Amanhã vou dizer a verdade.
Em que dia da semana estamos?

Resolução

	Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab
Unicórnio	V	V	V	V	M	M	M

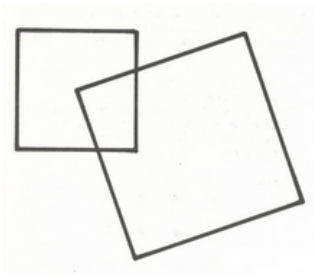
A frase "ontem foi dia de eu mentir" podia ter sido proferida pelo Unicórnio ao domingo ou à quinta-feira.

A frase "amanhã vou dizer a verdade" podia ter sido proferida pelo Leão todos os dias exceto quarta e domingo.

Logo, é quinta-feira.



2) **No quadrado** (100 jogos geométricos, Pierre Berloquin)

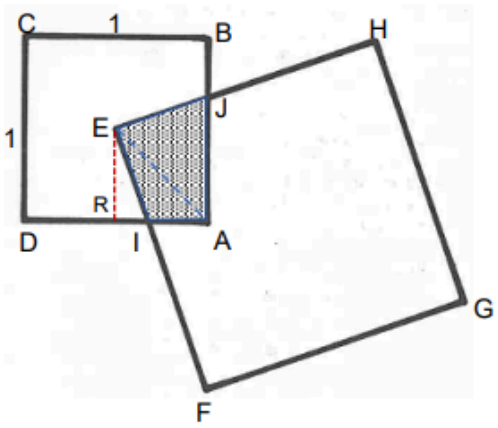


O quadrado pequeno tem 1 m de lado e o grande 1,5 m. Este tem um dos vértices no centro do quadrado pequeno.
O lado do quadrado grande corta o lado do pequeno ao terço do seu comprimento.
Qual é a superfície da parte comum dos dois quadrados?

Resolução 1

Sejam:

- $[ABCD]$ o quadrado pequeno: $\overline{CD} = \overline{DA} = 1\ m$
- $[EFGH]$ o quadrado grande: $\overline{EF} = \overline{EH} = 1{,}5\ m$



Como "*o lado do quadrado grande corta o lado do pequeno ao terço do seu comprimento*", tem-se:

$\overline{IA} = \frac{1}{3}$ e $\overline{JB} = \frac{1}{3}$, logo, $\overline{JA} = \frac{2}{3}$

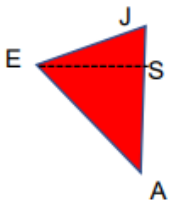
Seja R a projeção ortogonal de E sobre $[DA]$

A parte comum dos dois quadrados é o quadrilátero $[EIAJ]$, cuja área pode ser obtida pela soma das áreas dos triângulos $[EIA]$ e $[AJE]$.

Tem-se



$$área\ [EIA] = \overline{IA} \times \overline{ER} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$



Sendo S a projeção ortogonal de E sobre $[AB]$ vem

$$área\ [AJE] = \overline{AJ} \times \overline{ES} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Então, a área pedida é

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \mathbf{\frac{1}{4}}\ \mathbf{m^2}$$

Resolução 2

A área do quadrado $[ABCD]$ é igual a $1\ (m^2)$

Por uma rotação do quadrado $[EFGH]$ em torno de E, que aplica I em R (J será aplicado em S, projeção ortogonal de E sobre $[AB]$), a região comum é o quadrado $[ERAS]$, cuja área corresponde a 1/4 da área de $[ABCD]$, ou seja, igual a 1/4 m^2